

OPTIMASI PENUGASAN MELALUI PENERAPAN HUNGARIAN METHOD DAN NEW ALTERNATE METHOD

Novita Triani Hamma¹, Ni Ketut Tari Tastrawati², Kartika Sari^{3§}

¹Program Studi Matematika, Fakultas MIPA-Universitas Udayana [Email: novitatriani97@gmail.com]

²Program Studi Matematika, Fakultas MIPA-Universitas Udayana [Email: tastrawati@unud.ac.id]

³Program Studi Matematika, Fakultas MIPA-Universitas Udayana [Email: sarikaartika@unud.ac.id]

[§]Corresponding Author

ABSTRACT

One of the materials discussed in operations research is linear programming, which also discusses models of transportation. The assignment problem can be viewed as a special case of the transportation model. One method that is often used to solve assignment problems is the Hungarian method. Over time, there have also been more and more alternative methods to streamline processing time in solving assignment problems, one of which is the new alternate method. The purpose of this research is to form an optimal scheduling with minimum processing time. The data used in this study is secondary data obtained from CV Bagus Classic. The data consists of the number of workers, type of work, and the time needed to complete the work by each worker. As a result of this research, it was found that the minimum assignment time was achieved when using the Hungarian method compared to using the new alternate method or before using both methods.

Keywords: *assignment problem, hungarian method, new alternate method*

1. PENDAHULUAN

Riset operasi merupakan sebuah pendekatan kuantitatif untuk menyelesaikan persoalan matematis dengan menggunakan metode-metode optimasi (Siswanto, 2007). Salah satu materi yang dibahas dalam riset operasi adalah pemrograman linier yang dikembangkan oleh George B. Dantzig pada tahun 1947. Pemrograman linier adalah metode memaksimalkan atau meminimalkan fungsi linier dalam variabel yang bernilai real, dengan mempertimbangkan kendala-kendala yang dinyatakan dalam persamaan atau pertidaksamaan linier (Taha, 1997). Pemrograman linier digunakan untuk menemukan alternatif pemecahan masalah dalam mengalokasikan sumber daya yang terbatas, sehingga tujuan yang diinginkan tercapai secara optimal (Siring dan Hamzah, 2012).

Salah satu model dalam pemrograman linier adalah model transportasi. Model ini erat kaitannya dengan penentuan rencana untuk mendistribusikan sebuah produk dari sumber seperti pabrik ke beberapa tujuan seperti gudang dengan biaya terendah. Transportasi juga

mencakup beberapa bidang, diantaranya pengendalian mutu, penjadwalan dan penugasan pekerja. Masalah penugasan (*assignment problem*) dapat dipandang sebagai sebuah kasus khusus dari model transportasi. Salah satu metode dalam menyelesaikan masalah penugasan adalah metode Hungaria atau *Hungarian method* (Taha, 1997). Karakteristik dari metode Hungaria adalah jumlah sumber harus sama dengan jumlah tujuan. Oleh karena itu, apabila jumlah sumber dan tujuan tidak sama, maka perlu ditambahkan sumber atau tujuan rekaan (*dummy*).

Seiring berjalannya waktu, semakin banyak pula metode alternatif untuk mengefisienkan waktu pengerjaan dalam menyelesaikan masalah penugasan, salah satu diantaranya adalah *new alternate method*. Metode alternatif ini dikembangkan oleh Anju Kandelwal pada tahun 2014. Berdasarkan hasil percobaan yang dilakukan, metode ini menghasilkan biaya optimal yang sama dengan *Hungarian method* tetapi jumlah iterasi lebih sedikit. Hal ini berarti *new alternate method* dapat menghemat waktu pengerjaan (Kandelwal, 2014).

Sehubungan dengan penerapan *hungarian* dan *new alternate method*, Firmansyah (2016) mencari solusi yang lebih optimal di antara penerapan *hungarian* dan *new alternate method* dalam penempatan tugas karyawan dengan menganalisa dua kasus seimbang dan dua kasus tidak seimbang. Sebagai hasil diperoleh bahwa untuk menyelesaikan sebuah masalah penugasan pada semua kasus yang dianalisa, *hungarian method* adalah metode yang paling optimal. Selanjutnya, Mulyani (2018) menerapkan *new alternate method*, *heuristic method* dan *Hungarian method* yang meninjau dua kasus transportasi seimbang dan dua kasus transportasi tidak seimbang. Sebagai hasil diperoleh bahwa menyelesaikan kasus menggunakan *heuristic* dan *Hungarian method* menghasilkan nilai optimal yang sama; sedangkan menggunakan *new alternate method* menghasilkan nilai solusi optimal yang lebih besar pada kasus minimasi dan lebih kecil pada kasus maksimasi.

Lebih lanjut lagi, Sobari (2018) menentukan penugasan optimal menggunakan *Hungarian method*, *one method* dan *best candidate method*. Jhumara (2021) melakukan optimasi masalah penugasan dengan penerapan metode *Hungarian*, *new alternate method* serta kombinasi *Hungarian method* dan *new alternate method*. Antikah, dkk. (2022) melakukan optimasi masalah penugasan menggunakan *hungarian method* dan *heuristic*. Pada ketiga penelitian ini, sebagai hasil diperoleh bahwa waktu minimum penugasan diperoleh ketika menggunakan *Hungarian method* dibandingkan dengan metode lain yang digunakan pada masing-masing penelitian.

Hungarian method dan *new alternate method* ini dapat diterapkan pada perusahaan yang memiliki pekerja dan pekerjaan yang bervariasi, salah satunya perusahaan yang memproduksi dan menjual *furniture*. Salah satu perusahaan yang dimaksud adalah CV Bagus Classic yang terletak di Padangsambian Kelod, Denpasar Barat, Bali. Perusahaan ini memproduksi dan menjual beberapa produk diantaranya *steel plywood desk*, *steel plywood corner desk*, *nakas side table*, *steel plywood bench chair*, *wooden chair*, *wooden tray*, *wooden stand menu*, dan *wooden cutleries box*.

Sampai penelitian ini dilakukan, CV Bagus Classic masih menggunakan sistem penugasan secara manual atau belum menggunakan sebuah metode yang khusus. Dengan demikian tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui

waktu minimal yang dibutuhkan oleh pekerja di CV Bagus Classic dalam menyelesaikan pekerjaan-pekerjaan yang ada, menggunakan *hungarian method* dan *new alternate method*.

Algoritma untuk menyelesaikan masalah minimasi menggunakan *Hungarian method* adalah sebagai berikut (Subagyo dkk., 2000):

1. Menyusun matriks penugasan dengan baris sebagai sumber/pekerja dan kolom sebagai tujuan/pekerjaan. Perhatikan apakah matriks membentuk $n \times n$ atau tidak. Jika jumlah baris tidak sama dengan jumlah kolom maka harus diberikan variabel tambahan atau *dummy*.
2. Melakukan pengurangan baris dengan memilih nilai terkecil dari setiap baris kemudian kurangkan setiap elemen dengan nilai terkecil pada setiap baris. Sehingga akan dihasilkan matriks baru.
3. Melakukan pengurangan kolom yang tidak memiliki elemen bernilai nol. Pengurangan kolom tidak perlu dilakukan apabila pengurangan baris pada langkah dua sudah menghasilkan setidaknya satu elemen bernilai nol pada setiap kolom.
4. Membentuk sebuah penugasan optimum dengan cara menarik garis vertikal atau horizontal untuk meliputi semua nilai nol. Penugasan sudah optimal jika jumlah garis yang didapat sama dengan jumlah kolom/baris. Jika sebaliknya, maka perlu dilakukan langkah revisi.
5. Revisi dilakukan dengan cara memilih elemen yang tidak dilewati garis dan bernilai paling kecil. Kemudian kurangkan setiap elemen yang tidak dilewati garis dengan nilai terkecil dan tambahkan setiap elemen yang berada pada perpotongan garis dengan nilai terkecil tersebut, sehingga akan diperoleh matriks baru yang sudah direvisi.
6. Setelah direvisi kembali ke langkah nomor 4 sampai diperoleh pemecahan yang optimal, yang ditunjukkan dengan nilai nol yang harus berada pada setiap baris dan kolom yang berbeda.

Sebelumnya, banyak banyak praktisi dan peneliti yang menerapkan *Hungarian method* untuk menyelesaikan masalah penugasan. Kandelwal (2014) mengusulkan pendekatan modifikasi untuk menyelesaikan masalah penugasan seimbang dengan membentuk solusi ruang linier baru. Dalam perkembangannya metode ini dikenal dengan *new alternate method*.

Berikut ini adalah langkah-langkah menggunakan *new alternate method* untuk kasus minimasi. Diasumsikan $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ sebagai sebuah notasi yang mewakili sumber dan notasi $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ mewakili aktivitas (Kandelwal, 2014).

1. Membuat tabel permasalahan penugasan dengan ordo yang sesuai ukuran data. Kemudian membentuk format dua kolom untuk terminal penugasan, dimana kolom pertama merepresentasikan X_i (sumber daya) dan kolom kedua merepresentasikan Y_i (aktivitas, seperti disajikan pada Tabel 1

Tabel 1. Terminal Penugasan *New Alternate Method*

Sumber Daya	Aktivitas
X_1	Y_1
X_2	Y_2
X_3	Y_3
...	...
X_n	Y_n

2. Mencari nilai minimum setiap baris untuk kasus meminimalkan. Kemudian pilih dan menuliskannya dalam terminal penugasan kolom aktivitas. Lanjutkan proses ini untuk semua baris dan menulis di terminal aktivitas
3. Memilih aktivitas yang hanya dikerjakan oleh satu buah sumber daya korespondensi (unik). Ini dianggap sebagai solusi yang optimal sementara.
4. Jika tidak didapati aktivitas yang unik untuk sumber daya yang sesuai, maka aktivitas dapat dibuat melalui beberapa langkah dibawah:
 - a) apabila menemukan dua baris sumber daya memiliki nilai minimum di kolom aktivitas yang sama, maka ditentukan *difference cost* yaitu selisih dari dua bilangan terkecil pada masing-masing baris. Kemudian tetapkan dan ambil nilai selisih yang paling besar. Lalu hapus baris dan kolom tersebut
 - b) apabila *difference cost* yang diperoleh memiliki nilai selisih yang sama, maka pilihlah pada kolom yang sama sebuah nilai terbesar pada setiap baris.
5. Ulangi langkah 3 dan 4 sampai semua sumber daya yang ada ditugaskan dengan aktivitas yang sesuai.
6. Nilai total yang optimal dapat dihitung setelah semua pekerjaan sudah ditugaskan.

2. METODE PENELITIAN

Dalam penelitian ini data yang digunakan adalah data kuantitatif yaitu berupa rata-rata waktu yang dibutuhkan setiap pekerja untuk menyelesaikan setiap pekerjaan di CV Bagus Classic yang terletak di Padangsambian Kelod, Denpasar Barat, Bali. Pekerja yang akan diteliti sebanyak 8 orang dengan pekerjaan yang menjadi objek dalam penelitian ini yaitu:

1. *steel plywood desk*
2. *steel plywood corner desk*
3. *nakas side table*
4. *steel plywood bench chair*
5. *wooden chair*
6. *wooden tray*
7. *wooden stand menu*
8. *wooden cutleries box*

Adapun langkah-langkah yang dilakukan adalah:

1. Mengumpulkan data yang diperlukan dari CV Bagus Classic;
2. Membuat tabel/matriks penugasan;
3. Menyelesaikan masalah penugasan dengan menggunakan *Hungarian method* dan *new alternate method*;
4. Interpretasi hasil.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini diperoleh dari CV Bagus Clasic, berupa 8 jenis pekerjaan yang dikerjakan oleh 8 orang pekerja, waktu yang diperlukan setiap pekerja untuk menyelesaikan setiap pekerjaan. Data yang dimaksud disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Tabel Penugasan pada CV Bagus Classic

Pekerja	Waktu Pengerjaan Produk (Jam)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	10	18	6	20	6	3	16	5
2	8	16	4	16	4	3	18	4
3	7	17	4	16	4	3	18	4
4	8	16	5	17	4	4	16	4
5	8	17	4	18	6	5	17	5
6	7	16	7	19	4	4	16	4
7	9	18	4	16	4	3	19	5
8	12	20	8	20	8	5	20	6

Keterangan untuk baris:

- | | |
|-------------------|-------------------|
| Pekerja 1 = Heru | Pekerja 5 = Irul |
| Pekerja 2 = Anang | Pekerja 6 = Yudi |
| Pekerja 3 = Rodi | Pekerja 7 = Wahyu |
| Pekerja 4 = Aan | Pekerja 8 = Bagus |

Keterangan untuk kolom:

- Pekerjaan 1= membuat *Steel Plywood Desk*
- Pekerjaan 2= membuat *Steel Plywood Corner Desk*
- Pekerjaan 3 = membuat *Nakas Side Table*
- Pekerjaan 4= membuat *Steel Plywood Bench Chair*
- Pekerjaan 5 = membuat *Wooden Chair*
- Pekerjaan 6 = membuat *Wooden Tray*
- Pekerjaan 7 = membuat *Wooden Afternoon Stand*
- Pekerjaan 8 = membuat *Wooden Culteries Box*

Hasil penugasan optimal melalui penerapan *Hungarian* dan *New Alternate method* pada CV Bagus Classic dapat dilihat dari rata-rata waktu penyelesaian setiap pekerjaan. Contoh untuk pekerjaan 1 yaitu membuat *Steel Plywood Desk*, maka berdasarkan jumlah waktu yang dibutuhkan tiap pekerja diperoleh:

$$\text{Rata-rata waktu pengerjaan pekerjaan 1} = \frac{10+8+7+8+8+7+9+12}{8} = 8,6 \text{ jam}$$

Dengan melakukan cara yang sama, dapat diperoleh rata-rata waktu pengerjaan dalam membuat produk lainnya, yang secara lengkap disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Waktu Pengerjaan Minimum Pekerjaan di CV Bagus Classic sebelum menggunakan *Hungarian Method* dan *New Alternate Method*

Pekerjaan membuat	Rata-rata Waktu Pengerjaan
<i>steel plywood desk</i>	8,6 jam
<i>steel plywood corner desk</i>	17,3 jam
<i>nakas side table</i>	5,3 jam
<i>steel plywood bench chair</i>	17,8 jam
<i>wooden chair</i>	5 jam
<i>wooden tray</i>	3,8 jam
<i>wooden stand menu</i>	17,5 jam
<i>wooden cutleries box</i>	4,6 jam
Total	79,9 jam

3.1 Optimasi Menggunakan *Hungarian Method*

Dari data penugasan Tabel 2, dilakukan optimasi dengan metode Hungaria. Langkah pertama adalah membentuk matriks penugasan (1) berdasarkan Tabel 2.

$$\begin{bmatrix} 10 & 18 & 6 & 20 & 6 & 3 & 16 & 5 \\ 8 & 16 & 4 & 16 & 4 & 3 & 18 & 4 \\ 7 & 17 & 4 & 16 & 4 & 3 & 18 & 4 \\ 8 & 16 & 5 & 17 & 4 & 4 & 16 & 4 \\ 8 & 17 & 4 & 18 & 6 & 5 & 17 & 5 \\ 7 & 16 & 7 & 19 & 4 & 4 & 16 & 4 \\ 9 & 18 & 4 & 16 & 4 & 3 & 19 & 5 \\ 12 & 20 & 8 & 20 & 8 & 5 & 20 & 6 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Langkah selanjutnya adalah mengurangi setiap elemen pada setiap baris dengan elemen

terkecil pada baris yang berkaitan. Sebagai contoh, perhatikan baris pertama. Elemen terkecil pada baris pertama matriks (1) adalah 3, sehingga setiap elemen pada baris pertama dikurangi 3. Akibatnya, elemen-elemen baris pertama menjadi

$$7 \quad 15 \quad 3 \quad 17 \quad 3 \quad 0 \quad 13 \quad 2$$

Hal ini dilakukan pada setiap elemen di setiap baris, sehingga diperoleh matriks (2)

$$\begin{bmatrix} 7 & 15 & 3 & 17 & 3 & 0 & 13 & 2 \\ 5 & 13 & 1 & 13 & 1 & 0 & 15 & 1 \\ 4 & 14 & 1 & 13 & 1 & 0 & 15 & 1 \\ 4 & 12 & 1 & 13 & 0 & 0 & 12 & 0 \\ 4 & 13 & 0 & 14 & 2 & 1 & 13 & 1 \\ 3 & 12 & 3 & 15 & 0 & 0 & 12 & 0 \\ 6 & 15 & 1 & 13 & 1 & 0 & 16 & 2 \\ 7 & 15 & 3 & 15 & 3 & 0 & 15 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Kemudian memeriksa kolom yang belum memiliki elemen nol. Jika ada kolom yang belum memiliki elemen nol, maka setiap elemen pada kolom tersebut dikurangi dengan elemen terkecil dari kolom yang bersangkutan. Tampak bahwa elemen kolom pada matriks (2) yang belum memuat elemen nol adalah kolom 1, 2, 4, dan 7. Oleh karena itu setiap elemen pada kolom 1, 2, 4, dan 7 dikurangi elemen terkecil pada kolom berkaitan, sehingga menghasilkan matriks (3)

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 & 4 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 0 & 1 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 3 & 2 & 3 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Lebih lanjut lagi, dilakukan pemeriksaan apakah solusi yang diperoleh sudah optimal. Pemeriksaan dilakukan dengan cara menarik garis yang melewati nilai nol terbanyak. Solusi optimal diperoleh ketika jumlah garis sama dengan jumlah kolom atau baris pada matriks penugasan, yang dalam hal ini sebanyak 8. Hasil pemeriksaan dapat dilihat pada matriks (4).

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 & 4 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 0 & 1 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 3 & 2 & 3 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Karena banyak garis yang terbentuk belum sebanyak 8, maka solusi yang diperoleh belum optimal. Oleh karena itu dilanjutkan dengan langkah revisi.

Langkah revisi dilakukan dengan mengurangi setiap elemen yang tidak dilewati garis dengan elemen yang terkecil dan menambahkan elemen terkecil tersebut pada elemen yang berada pada perpotongan garis. Diperhatikan bahwa elemen terkecil yang sesuai dengan ketentuan ini adalah 1. Oleh karena itu, setiap elemen matriks (4) yang tidak dilewati garis, ditambah 1, sedangkan elemen yang berada pada perpotongan garis, ditambah 2, sehingga diperoleh matriks (5).

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Setelah dilakukan langkah revisi sehingga diperoleh matriks (5), kembali dilakukan pemeriksaan apakah solusi yang diperoleh sudah optimal. Setelah dilakukan pemeriksaan dengan menarik garis yang melalui elemen nol terbanyak, diperoleh matriks (6).

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Pada hasil terakhir diperoleh matriks yang solusinya sudah optimal karena jumlah garis sudah sama dengan jumlah baris atau kolom matriks penugasan, yaitu sebanyak 8.

Setelah diperoleh matriks (6) yang memuat solusi optimal, selanjutnya menentukan penempatan petugas dengan memilih nilai nol yang menempati baris dan kolom berbeda, seperti tampak pada matriks. Dari matriks 7, ada dua kemungkinan penempatan petugas yang diperoleh berdasarkan ketentuan ini, seperti tampak pada matriks (7) dan (8). Elemen nol terpilih diberi warna abu-abu.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Elemen nol terpilih pada matriks (7) dan (8) merupakan penempatan pekerja dengan waktu pengerjaan optimal. Sebagai contoh salah satu elemen nol terpilih pada matriks (7) adalah elemen nol pada baris 6 kolom 1, artinya untuk memperoleh solusi optimal, pekerja 6 mengerjakan pekerjaan 1. Dengan demikian, berdasarkan elemen nol terpilih lainnya pada matriks (7) dan (8) diperoleh secara berturut-turut hasil optimal penempatan pekerja opsi 1 dan 2 seperti disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil Optimal Penugasan di CV Bagus Classic Menggunakan *Hungarian Method*

Pekerja	Opsi 1		Opsi 2	
	Pekerjaan	Waktu (jam)	Pekerjaan	Waktu (jam)
1	6	3	7	16
2	2	16	8	4
3	4	16	1	7
4	7	16	2	16
5	3	4	3	4
6	1	7	5	4
7	5	4	4	16
8	8	6	6	5
	Total = 72 jam		Total = 72 jam	

Tabel 4 menunjukkan bahwa dengan menggunakan *Hungarian methods* diperoleh penugasan optimal yang berbeda tetapi waktu minimal yang diperlukan untuk menyelesaikan semua pekerjaan sama, yaitu 72 jam.

3.2 Optimasi Menggunakan *New Alternate Method*

Pada subbab ini dibahas penerapan *new alternate method* untuk kasus minimasi. Sebagai langkah pertama adalah mencari elemen terkecil pada setiap baris di Tabel 2. Elemen terkecil

yang dimaksud diberikan warna abu-abu seperti disajikan pada Tabel 5. Nilai minimum yang diperoleh pada Tabel 5 dapat disajikan dalam bentuk Tabel 6 yang disebut tabel terminal penugasan berupa kemungkinan 1 penempatan pekerja.

Tabel 5. Tabel Penugasan Awal dengan Elemen Terkecil Setiap Baris

Pekerja	Pekerjaan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	10	18	6	20	6	3	16	5
2	8	16	4	16	4	3	18	4
3	7	17	4	16	4	3	18	4
4	8	16	5	17	4	4	16	4
5	8	17	4	18	6	5	17	5
6	7	16	7	19	4	4	16	4
7	9	18	4	16	4	3	19	5
8	12	20	8	20	8	5	20	6

Tabel 6 Terminal Penugasan Berdasarkan Tabel 5

Pekerja	Pekerjaan
1	6
2	6
3	6
4	5, 6, 8
5	3
6	5, 6, 8
7	6
8	6

Tabel 7. Tabel Penugasan Tanpa Pekerja Lima dan Pekerjaan Tiga

Pekerja	Waktu Pengerjaan Pekerja (jam)							
	1	2	4	5	6	7	8	
1	10	18	20	6	3	16	5	
2	8	16	16	4	3	18	4	
3	7	17	16	4	3	18	4	
4	8	16	17	4	4	16	4	
6	7	16	19	4	4	16	4	
7	9	18	16	4	3	19	5	
8	12	20	20	8	5	20	6	

Pada tahap ini, dipilih pekerjaan yang hanya dikerjakan oleh satu pekerja. Berdasarkan Tabel 6 tampak bahwa pekerjaan 3 dikerjakan oleh hanya satu pekerja, yaitu pekerja 5. Dengan demikian pada tahap ini diperoleh bahwa pekerja 5 mengerjakan pekerjaan 3 dengan waktu pengerjaan 4 jam. Karena pekerja 5 sudah

mendapatkan penempatan, maka langkah selanjutnya baris pekerja lima kolom waktu pengerjaan pekerjaan tiga pada Tabel 6 dihapus, sehingga diperoleh Tabel 7.

Selanjutnya, dilakukan cara yang sama seperti sebelumnya. Akan tetapi tidak diperoleh pekerjaan yang hanya dikerjakan oleh tepat satu pekerja. Oleh karena itu, dicari nilai *different cost*, yaitu selisih dari dua bilangan terkecil pada masing-masing baris. Kemudian tetapkan dan ambil nilai selisih yang paling besar. Lalu hapus baris dan kolom tersebut. Akan tetapi sebelumnya, perlu diperhatikan baris dengan beberapa nilai minimum yang sama, yang dalam hal ini adalah pekerja 4 dan 6 mempunyai nilai minimum 4 pada kolom pekerjaan 5, 6, dan 8. Dalam kasus ini dipilih kolom yang memuat nilai paling minimum di antara tiga kolom ini, yaitu kolom 6. Setelah itu, baru dihitung *different cost*. Nilai *different cost* terbesar diperoleh pada baris pekerja 4, yaitu dengan nilai *different cost* $8 - 4 = 4$. Dengan demikian, dari sini diperoleh pekerja 4 mengerjakan pekerjaan 6. Oleh karena itu, pada proses selanjutnya baris pekerja 4 dan kolom pekerjaan 6 dihapus, sehingga diperoleh Tabel 8.

Tabel 8. Tabel Penugasan Tanpa Pekerja Empat dan Lima beserta Penugasannya

Pekerja	Waktu Pengerjaan Pekerja (jam)					
	1	2	4	5	7	8
1	10	18	20	6	16	5
2	8	16	16	4	18	4
3	7	17	16	4	18	4
6	7	16	19	4	16	4
7	9	18	16	4	19	5
8	12	20	20	8	20	6

Selanjutnya, kembali ditentukan elemen terkecil pada setiap baris di Tabel 8. Berdasarkan Tabel 8, disusun Tabel Kemungkinan Penugasan yang disajikan pada Tabel 9.

Tabel 9. Hasil Penugasan Berdasarkan Tabel 8.

Pekerja	Pekerjaan
1	8
2	5, 8
3	5, 8
6	5, 8
7	5
8	8

Karena berdasarkan Tabel 9, tidak ada pekerjaan yang hanya dikerjakan oleh tepat satu pekerja, maka dihitung *difference cost*. Dari hasil perhitungan, diperoleh baris pekerja 2 memiliki nilai *difference cost* terbesar, yaitu $8-4 = 4$. Dengan demikian, sesuai dengan ketentuan, ditetapkan pekerja 2 mengerjakan pekerjaan 5 dengan waktu pengerjaan 4 jam. Oleh karena itu baris pekerja dua dan kolom pekerjaan lima dihapus dari Tabel 8, sehingga Tabel Penugasan 8, menjadi Tabel 10.

Tabel 10. Tabel Penugasan Tanpa Pekerja Dua, Empat dan Lima beserta Penugasannya

Pekerja	Waktu Pengerjaan Pekerjaan (jam)				
	1	2	4	7	8
1	10	18	20	16	5
3	7	17	16	18	4
6	7	16	19	16	4
7	9	18	16	19	5
8	12	20	20	20	6

Dari Tabel 10, kembali dicari nilai terkecil di setiap baris. Tampak bahwa nilai terkecil di setiap baris terletak pada kolom pekerjaan 8. Oleh karena itu, harus dihitung nilai *different cost* setiap baris dan diperoleh bahwa nilai *different cost* terbesar terjadi pada baris pekerja 8, yaitu $12 - 6 = 6$. Oleh karena itu, pekerja 8 mengerjakan pekerjaan 8 dengan waktu pengerjaan 6 jam. Karena pekerja 8 sudah mendapat penempatan, yaitu pada pekerjaan 8, maka pada langkah selanjutnya baris pekerja 8 dan kolom pekerjaan 8 dihapus dari Tabel 10, sehingga diperoleh Tabel 11.

Demikian seterusnya dilakukan langkah-langkah yang sama, sehingga selanjutnya diperoleh pekerja 6 mengerjakan pekerjaan 1, pekerja 1 melakukan pekerjaan 7, pekerja 7 melakukan pekerjaan 4, pekerja 3 melakukan pekerjaan 2. Secara lengkap hasil penugasan pekerja secara optimal dengan *new alternate method* pada CV Bagus Classic disajikan pada Tabel 12.

Tabel 11. Tabel Penugasan Tanpa Pekerja Dua, Empat, Lima dan Delapan beserta Penugasannya

Pekerja	Waktu Pengerjaan Pekerjaan (jam)			
	1	2	4	7
1	10	18	20	16
3	7	17	16	18
6	7	16	19	16
7	9	18	16	19

Tabel 12. Hasil Penugasan Optimal menggunakan *New Alternate Method*

Pekerja	Pekerjaan	Waktu (jam)
1	7	16
2	5	4
3	2	17
4	6	4
5	3	4
6	1	7
7	4	16
8	8	6
Total		74

Sumber: Data Diolah (2021)

3.3 Perbandingan Hasil Optimal Sebelum dan Sesudah Menggunakan *Hungarian Method* dan *New Alternate Method*

Kasus pada CV Bagus Classic adalah kasus data seimbang karena membentuk matriks dengan ukuran 8×8 . Pada proses perhitungan, *new alternate method* lebih menghemat waktu pengerjaan karena kolom dan baris yang sudah dipilih akan dihapus sehingga ukuran matriks semakin lama semakin kecil.

Berdasarkan Tabel 3, 4 dan 12 diperoleh bahwa sebelum menggunakan *Hungarian method* dan *new alternate method*, penugasannya belum jelas untuk setiap pekerja, sedangkan dengan menerapkan metode *Hungarian method* dan *new alternate method*, penugasannya jelas untuk setiap pekerja. Selain itu, berdasarkan Tabel 3, 4 dan 12 juga diperoleh waktu pengerjaan minimum menggunakan *Hungarian method* adalah 72 jam dimana terjadi efisiensi waktu sebanyak 7,9 jam jika dibandingkan dengan waktu sebelum menggunakan metode ini yaitu 79,9 jam. Sedangkan apabila menggunakan *new alternate method* diperoleh waktu pengerjaan minimal sebesar 74 jam yang berarti menghemat waktu pengerjaan sebanyak 5,9 jam sebelum menggunakan metode ini. Akan tetapi, apabila ketiganya dibandingkan, hasil penugasan yang paling optimal pada penelitian ini adalah menggunakan *Hungarian method*. Hasil ini senada dengan hasil penelitian Firmansyah (2016), Mulyani (2018) dan Jhumara (2021), bahwa penugasan optimal diperoleh saat menggunakan *Hungarian method* dibandingkan apabila menggunakan *new alternate method*.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Pada penelitian ini, waktu pengerjaan minimum pengerjaan 8 produk oleh 8 pekerja pada CV Bagus Classic tercapai saat

menggunakan *Hungarian method* dibandingkan ketika menggunakan *new alternate method* ataupun sebelum menggunakan *Hungarian method* dan *new alternate method*.

Penulis dalam penelitian ini menggunakan dua buah metode yaitu *Hungarian method* dan *new alternate method* dalam penyelesaian masalah penugasan untuk kasus penugasan seimbang dengan hasil optimal diperoleh dari penugasan dengan menggunakan *Hungarian method*. Disarankan untuk penelitian selanjutnya, membandingkan hasil optimal penugasan kasus seimbang (banyak sumber daya sama dengan banyak penugasan) dan kasus tak seimbang (banyak sumber daya berbeda dengan banyak penugasan) *Hungarian method* dengan metode lainnya, seperti metode algoritma genetika, *ones assignment method*, dan lainnya

DAFTAR PUSTAKA

- Antikah, Antikah, Eli Ratna Wulan, Fahrudin Muhtarulloh. 2022. Penyelesaian Masalah Penugasan dengan Metode Rafi Aziz Uddin Bhuiyan (RAUB), *Hungarian Method*, dan *Heuristic Method*. *Jurnal urekaMatika*.10(2) pp.91-98.
- Firmansyah, M. Rizky. 2016. Optimasi Penempatan Tugas dengan Penerapan *Hugarian Method* dan *New Alternate Method*. *Skripsi*. Bandung: Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati.
- Jhumara, Raiyanni. 2021. Optimasi Masalah Penugasan Dengan Penerapan Metode *Hungarian* Dan *New Alternate Method*. *Thesis*. Universitas Syiah Kuala, Banda Aceh
- Kandelwal, Anju. 2014. A Modified Approach For Assignment Method. *International ournal of Latest Research in Science and Technology* 3, p. 136-138.
- Mulyani, Tri. 2018. *Penyelesaian Masalah Penugasan dengan Menggunakan New Alternate Method, Heuristic method, dan Hungarian Method dengan Membandingkan Hasil Optimal*. *Thesis*. Bandung: Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati.
- Sinring, Bahar dan Hafied Hamzah. 2012. *Riset Operasi*. Makassar: Kretakupa Print.
- Siswanto. 2007. *Operation Research Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Sobari, Edi. 2018. *Optimisasi penempatan tugas dengan penerapan Hungarian Method, Ones Method dan Best Candidate Method*. *Thesis*. Bandung: UIN Sunan Gunung Djati.
- Subagyo, Pangestu, Marwan, Asri, dan Hani Handoko. 2000. *Dasar-Dasar Operations Research*. Yogyakarta: BPFPE.
- Taha, H. A. 1997. *Operation Research An Introduction*. United States of America: Macmillan Publishing Company.