

MENGATASI MASALAH HETEROSKEDASTISITAS DENGAN MENGASUMSIKAN VARIANS VARIABEL GANGGUANNYA PROPORSIONAL DENGAN X_i^2 DAN $[E(Y_i)]^2$

MADE ADI GUNAWAN¹, LUH PUTU IDA HARINI², MADE ASIH³

^{1,2,3}Jurusan Matematika FMIPA Universitas Udayana, Bukit Jimbaran-Bali
e-mail: ¹adi.gunawan30.ag@gmail.com, ²ballidah@gmail.com, ³asihmath77@gmail.com

Abstract

The volatilities of time series data often experience heteroscedastic problems. Heteroscedasticity is a nuisance variable in the regression equation having a variance that is not constant. Therefore, methods to analyze the problem of heteroscedasticity are needed. This study aims to demonstrate how to eliminate the problem of heteroscedasticity. The method used is, GoldFeld-Quandt. As for eliminating the problem of heteroscedasticity by assuming the variance of interference variables proportional to $E(Y_i)^2$.

Keywords: *Arbitrage Pricing Theory, Granger causality test, optimal lag test, Portmanteau test, stationary test, Vector Autoregression*

1. Pendahuluan

Kajian perekonomian Bank Indonesia pada Laporan Nusantara bulan Juli 2013 menerangkan inflasi mengalami kenaikan seiring dengan kebijakan kenaikan BBM bersubsidi yang terealisasi pada tanggal 22 Juni 2013 (Bank Indonesia, 2013). Data inflasi merupakan salah satu contoh data deret waktu (Widarjono, 2013).

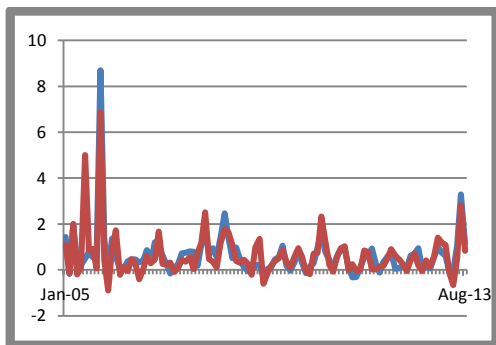
Data deret waktu khususnya data inflasi sering mengalami volatilitas yang tinggi. Volatilitas yang tinggi ini ditunjukkan oleh suatu fase dimana fluktuasinya relatif tinggi dan secara terus menerus. Dengan kata lain data ini mempunyai rata-rata dan varians yang tidak konstan atau mengalami sifat heteroskedastisitas (Widarjono, 2013). Jadi dengan adanya heteroskedastisitas, estimator OLS tidak menghasilkan estimator yang *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE), namun hanya *Linear Unbiased Estimator* (LUE).

Dengan demikian adanya heteroskedastisitas menyebabkan tidak lagi mempunyai varians yang minimum (*no longer best*) jika digunakan metode OLS (Widarjono, 2013). Dengan kondisi tersebut, maka perilaku data deret waktu tersebut sangat berbeda dengan asumsi pada regresi linear sederhana yaitu asumsi kehomogenan varians residual atau homoskedastisitas (Gujarati, 1991).

Oleh karena itu, dibutuhkan suatu cara yang bisa mengatasi masalah heteroskedastisitas. Untuk melihat volatilitas tingkat inflasi terlihat dalam Gambar 1 yaitu data inflasi kota Denpasar dan data inflasi Indonesia dari bulan Januari tahun 2005 sampai dengan bulan Agustus tahun 2013.

¹ Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA Universitas Udayana

² Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Udayana



Sumber data: www.bps.go.id

Gambar 1. Grafik Data Inflasi Kota Denpasar dan Indonesia periode bulan Januari 2005 s/d Agustus 2013 .

Dari Gambar 1 garis dengan warna coklat menunjukkan data inflasi kota Denpasar dan garis dengan warna biru menunjukkan data inflasi Indonesia terlihat secara umum bahwa inflasi kota Denpasar dan inflasi Indonesia mempunyai volatilitas yang cenderung tinggi. Pada suatu ketika bisa terjadi kenaikan yang tajam, kemudian juga terjadi penurunan secara tajam pula.

Metode GoldFeld-Quandt

Metode GoldFeld-Quandt mengasumsikan bahwa heteroskedastisitas σ_i^2 merupakan fungsi positif dari variabel independen. Ide GoldFeld-Quandt dapat dijelaskan dengan model regresi sederhana (Widarjono, 2013). Adapun prosedur metode GoldFeld-Quandt sebagai berikut:

1. Mengurutkan data sesuai dengan nilai X , dimulai dari nilai yang paling kecil hingga yang paling besar.
2. Menghilangkan observasi yang di tengah (c). Membagi data yang tersisa $(n - c)$ menjadi dua kelompok. Kelompok pertama (1) berkaitan dengan data dengan nilai X yang kecil dan kelompok kedua (2) berhubungan dengan data dengan nilai X yang besar. Dengan perbandingan antara kelompok data kecil, nilai tengah dan kelompok data besar adalah sebesar $3/8 : 1/4 : 3/8$.
3. Melakukan regresi pada setiap kelompok secara terpisah. Data setiap regresi terdiri

dari $(n - c)/2$. Jumlah c harus sekecil mungkin untuk menjamin tersedianya degree of freedom sehingga menghasilkan estimasi yang layak untuk setiap regresi.

4. Dapatkan SSR_1 yang berhubungan dengan nilai X kecil dan SSR_2 yang berhubungan dengan nilai X yang besar.
5. Hitung nilai rasio:

$$\lambda = \frac{SSR_2/df}{SSR_1/df}$$

Ratio λ akan mengikuti distribusi F statistik dengan derajat bebas $(n-c-2k)/2$ untuk pembilang (*numerator*) dan penyebutnya (*denominator*). Kita akan menolak hipotesis nol tidak adanya heteroskedastisitas jika nilai F hitung lebih besar dari nilai F kritis pada tingkat α tertentu.

Mengatasi Masalah Heteroskedastisitas

Ketika varians variabel tidak diketahui maka untuk mengatasi masalah heteroskedastisitas akan diselesaikan dengan mengetahui pola heteroskedastisitas itu sendiri (Widarjono, 2013). Diasumsikan bahwa pola varians variabel gangguan adalah proporsional dengan X_i^2 sehingga :

$$Var(e_i|X_i) = E(e_i^2) = \sigma^2 X_i^2$$

untuk menghilangkan masalah heteroskedastisitas akan membagi persamaan regresi sederhana dengan X_i sehingga akan menghasilkan persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{Y_i}{X_i} &= \frac{\beta_0}{X_i} + \frac{\beta_1}{X_i} X_i + \frac{e_i}{X_i} \\ \frac{Y_i}{X_i} &= \frac{\beta_0}{X_i} + \beta_1 + v_i \end{aligned}$$

Akan dibuktikan bahwa varians variabel gangguannya sekarang bersifat homoskedastisitas:

$$\begin{aligned} var(v_i) &= E(v_i^2) = E\left(\frac{e_i}{X_i}\right)^2 \\ &= \frac{1}{X_i^2} E(e_i^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{X_i^2} \sigma^2 X_i^2 \\
 &= \sigma^2
 \end{aligned}$$

Selain proporsional dengan X_i^2 , bisa juga diasumsikan bahwa pola varians variabel gangguan adalah proporsional dengan $[E(Y_i)]^2$ sehingga :

$$Var(e_i|X_i) = E(e_i^2) = \sigma^2[E(Y_i)]^2$$

dengan $E(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i$

untuk menghilangkan masalah heteroskedastisitas akan membagi persamaan regresi sederhana dengan $E(Y_i)$ sehingga akan menghasilkan persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \frac{Y_i}{E(Y_i)} &= \frac{\beta_0}{E(Y_i)} + \frac{\beta_1}{E(Y_i)} X_i + \frac{e_i}{E(Y_i)} \\
 \frac{Y_i}{E(Y_i)} &= \frac{\beta_0}{E(Y_i)} + \frac{\beta_1}{E(Y_i)} X_i + v_i
 \end{aligned}$$

Akan dibuktikan bahwa varians variabel gangguannya sekarang bersifat homoskedastisitas :

$$\begin{aligned}
 var(v_i) &= E(v_i^2) = E\left(\frac{e_i}{E(Y_i)}\right)^2 \\
 &= \frac{1}{[E(Y_i)]^2} E(e_i^2) \\
 &= \frac{1}{[E(Y_i)]^2} \sigma^2 [E(Y_i)]^2 \\
 &= \sigma^2
 \end{aligned}$$

2. Metode Penelitian

Jenis data yang dipergunakan dalam penelitian ini adalah data berskala kontinu, yaitu berupa data deret waktu bulanan suatu data inflasi kota Denpasar yang merupakan variabel X dan data inflasi Indonesia yang merupakan variabel Y . Data inflasi kota Denpasar dan data inflasi Indonesia merupakan data sekunder yang diperoleh melalui akses internet (sumber: <http://www.bps.go.id/aboutus.php?inflasi=1>).

Tahap pertama yaitu dilakukan pengumpulan data, setelah data terkumpul, langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian yang bertujuan untuk mengetahui ada atau tidaknya masalah heteroskedastisitas dalam

data inflasi yang telah dikumpulkan. Metode yang digunakan untuk mengetahui ada atau tidaknya masalah heteroskedastisitas pada penelitian ini akan digunakan metode GoldFeld-Quandt. Untuk mengatasi masalah heteroskedastisitas maka dapat dilihat dari varians variabel gangguannya. Mengatasi masalah ini dapat dilakukan dengan varians variabel gangguan yang tidak diketahui yaitu dengan mengetahui pola heteroskedastisitasnya (Widarjono, 2013). Setelah diatasnya masalah heteroskedastisitas, maka selanjutnya adalah melakukan uji kembali. Uji ini bertujuan untuk mengetahui apakah data sudah benar tidak mengandung masalah heteroskedastisitas. Adapun metode yang digunakan adalah metode GoldFeld-Quandt.

3. Hasil dan Pembahasan

Langkah pertama dalam metode GoldFeld-Quandt adalah mengurutkan data X dimulai dari nilai yang paling kecil hingga nilai yang paling besar. Data Y mengikuti urutan nilai X . Langkah kedua yaitu menghilangkan observasi yang ditengah (c). Dalam hal ini $\frac{1}{4}$ dari jumlah data, yang mana $\frac{3}{8}$ untuk jumlah kelompok data kecil dan $\frac{3}{8}$ untuk jumlah kelompok data besar. Kemudian setelah menghilangkan observasi nilai tengah, selanjutnya data yang tersisa ($n - c$) menjadi dua kelompok. Kelompok pertama berkaitan dengan data nilai X kecil dan kelompok kedua berhubungan dengan data nilai X yang besar. Kemudian akan dilakukan estimasi untuk masing-masing kelompok data.

Dari hasil estimasi tersebut maka akan diperoleh nilai sum of squared residual (SSR) atau nilai total dari penjumlahan kuadratnya masing-masing yaitu SSR_1 untuk nilai SSR dari hasil estimasi kelompok data kecil dan SSR_2 untuk nilai SSR dari hasil estimasi kelompok data besar.

Nilai masing-masing SSR dari hasil estimasi tersebut $SSR_1 = 3.36$ dan $SSR_2 = 8.43$. Langkah terakhir dari penggunaan metode GoldFeld-Quandt adalah melakukan uji signifikan menggunakan uji F dengan taraf

signifikan sebesar 5%. Apabila nilai hitung lebih besar daripada nilai F tabel maka data mengandung masalah heteroskedastisitas dan sebaliknya. Sehingga diperoleh hasil perhitungan pada metode GoldeFeld-Quandt diperoleh $\lambda = 2.51$, dalam hal ini λ mengikuti distribusi F . Dari hasil perhitungan, maka diperoleh kesimpulan bahwa data mengandung masalah heteroskedastisitas. Ini dikarenakan nilai daripada perhitungan λ hitung lebih besar daripada nilai F pada tabel.

Dengan dibuktikannya data inflasi mengandung masalah heteroskedastisitas, maka selanjutnya adalah bagaimana menghilangkan masalah heteroskedastisitas tersebut. Menghilangkan masalah heteroskedastisitas yaitu dengan mengasumsikan varians variabel gangguan pada persamaan regresi sederhana proporsional dengan X_i^2 , dan $[E(Y_i)]^2$. Dengan asumsi tersebut maka diperoleh hasil bahwa varians variabel gangguannya konstan sebesar σ^2 , yang artinya data sudah tidak mengandung masalah heteroskedastisitas.

Telah ditunjukkan bahwa data sudah tidak mengandung masalah heteroskedastisitas. Untuk meyakinkan bahwa data tersebut benar-benar tidak mengandung masalah heteroskedastisitas maka akan diuji kembali menggunakan metode GoldFeld-Quandt. Langkah pertama dalam metode GoldFeld-Quandt adalah mengurutkan data X dimulai dari nilai yang paling kecil hingga nilai yang paling besar. Data Y mengikuti urutan nilai X . Data yang diestimasi yaitu data yang sudah diasumsikan proporsional dengan $[E(Y_i)]^2$.

Langkah kedua yaitu menghilangkan observasi yang ditengah (c). dalam hal ini peneliti memilih sebesar 1/4 dari data yaitu sebesar 28 observasi. Kemudian setelah menghilangkan observasi nilai tengah, selanjutnya data yang tersisa ($n - c$) menjadi dua kelompok. Kelompok pertama berkaitan

dengan data nilai X kecil dan kelompok kedua berhubungan dengan data nilai X yang besar.

Dari hasil estimasi tersebut maka akan diperoleh nilai sum of squared residual (SSR) atau nilai total dari penjumlahan kuadratnya masing-masing yaitu SSR_1 untuk nilai SSR dari hasil estimasi kelompok data kecil dan SSR_2 untuk nilai SSR dari hasil estimasi kelompok data besar. Nilai masing-masing SSR dari hasil estimasi tersebut $SSR_1 = 215.73$ dan $SSR_2 = 315.7$. Langkah terakhir dari penggunaan metode GoldFeld-Quandt adalah melakukan uji signifikan menggunakan uji F dengan taraf signifikan sebesar 5%. Apabila nilai hitung lebih besar daripada nilai F tabel maka data mengandung masalah heteroskedastisitas dan sebaliknya.

Dari hasil perhitungan, maka diperoleh kesimpulan bahwa data sudah tidak mengandung masalah heteroskedastisitas. Ini dikarenakan nilai daripada perhitungan λ hitung lebih kecil daripada nilai F pada tabel. Dalam hal ini λ mengikuti distribusi F .

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis diperoleh kesimpulan bahwa :

1. Dari metode yang telah digunakan yaitu metode GoldFeld-Quandt, ditunjukkan bahwa data inflasi yang didapat mengandung masalah heteroskedastisitas.
2. Menghilangkan masalah heteroskedastisitas dengan mengasumsikan proporsional dengan X_i^2 , dan $[E(Y_i)]^2$.
3. Dari hasil perhitungan pada bab hasil dan pembahasan telah ditunjukkan bahwa data inflasi sudah tidak mengandung masalah heteroskedastisitas. Itu ditunjukkan oleh nilai dari varian variabel gangguannya konstan sebesar σ^2 . Nilai konstan tersebut ditunjukkan pada asumsi proporsional dengan X_i^2 , dan $[E(Y_i)]^2$.
4. Setelah dilakukan pengujian selanjutnya menggunakan metode GoldFeld-Quandt, didapat bahwa data sudah tidak

mengandung masalah heteroskedastisitas. Hal tersebut ditunjukkan pada hasil perhitungan kembali dengan menggunakan metode GoldFeld-Quandt yang mana nilai hitungnya sebesar 1,46 mengikuti distribusi F . Nilai tersebut lebih kecil daripada nilai F pada tabel, sehingga dapat disimpulkan bahwa data sudah tidak mengandung masalah heteroskedastisitas.

Daftar Pustaka

Bank Indonesia. *Kajian Perekonomian*

Bank Indonesia:

http://www.bi.go.id/web/id/Publikasi/Ekonomi_Regional/TER/LaporanNusantaraJuli2013.htm diakses pada 1-10-2013.

Badan Pusat Statistika. *Data Inflasi dan*

IHK:

<http://www.bps.go.id/aboutus.php?inflasi=1> diakses pada 1-10-2013

Gujarati, D.N.. 1991. *Ekonometrika Dasar*, Alih bahasa Sumarno Zain, Erlangga, Jakarta.

Widarjono, A. 2013. *Ekonometrika Pengantar dan Aplikasinya*. Edisi Keempat. UPP STIM YKPN. Yogyakarta.