

PENENTUAN CADANGAN PREMI ASURANSI DWIGUNA MENGUNAKAN METODE *ILLINOIS* BERDASARKAN HUKUM MORTALITAS *WEIBULL*

Ayu Eka Fanny Devi^{1§}, I Nyoman Widana², Ketut Jayanegara³

¹Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: ayuufanny14@gmail.com]

²Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: nwidana@yahoo.com]

³Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: ktjayanegara@unud.ac.id]

[§]Corresponding Author

ABSTRACT

Endowment insurance provides protection benefit and saving benefits. In the endowment insurance the insured party (insurance participant) must be paid the premiums. In addition to premiums, there is also policy value, which is sum of money that must be collected by the company in preparation for claim payment. The purpose of this study was to determine calculation of policy value in endowment insurance using Illinois method based on Weibull Mortality Law. In this study used secondary data from United States Life Table in the form of mortality probability data. Calculation value using Weibull mortality law, then the policy value calculated by Illinois method. The result of this study is policy value using Illinois Method based on Weibull Mortality Law is bigger than policy value using Illinois method without Weibull mortality law in the first year until year 20th. After year 20th, the policy value using Illinois method based on Weibull mortality law is smaller than policy value using Illinois method without Weibull mortality law, while at the end of the insurance year which is year 30th, the policy value with or without Weibull mortality law generates the same value.

Keywords: *Endowment Insurance, Weibull Mortality Law, Policy Value, Illinois Method*

1. PENDAHULUAN

Terdapat banyak risiko yang mungkin terjadi secara tidak terduga dimasa depan. Misalnya seperti kematian, kehilangan tempat tinggal, kecelakaan, sakit, dan kehilangan pekerjaan. Oleh karena itu perlu adanya perusahaan yang ditujukan untuk menghambat risiko-risiko sehingga tidak menimbulkan kerugian. Perusahaan asuransi merupakan lembaga yang dapat melindungi seseorang dari risiko dengan sejumlah polis asuransi. Pada artikel ini akan difokuskan pada asuransi jiwa dwiguna karena asuransi tersebut memberikan dua manfaat yaitu manfaat saat pemegang polis meninggal dalam periode tertentu dan manfaat jika pemegang polis masih hidup sampai masa akhir pertanggungan (Futami, 1993). Dalam asuransi dwiguna pemegang polis wajib untuk membayar premi sesuai kesepakatan antara pemegang polis dan perusahaan asuransi.

Pada artikel ini perhitungan premi dilakukan dengan menggunakan hukum mortalitas *Weibull*. Menurut Sembiring (1986) pendekatan

dengan hukum mortalitas bertujuan agar hasil dari pendekatan akan berbentuk kontinu sehingga lebih praktis. Perusahaan asuransi tidak hanya perlu menentukan besar premi tetapi juga besar cadangan premi. Pada awal tahun nilai pengeluaran perusahaan asuransi sering kali lebih besar dibandingkan tahun-tahun berikutnya. Oleh karena itu, perlu adanya penyesuaian dalam perhitungan cadangan premi. Salah satu metode yang dapat digunakan dalam perhitungan cadangan premi disesuaikan adalah metode *Illinois* (Sembiring, 1986). Metode *Illinois* adalah metode perhitungan cadangan dengan menggunakan premi bersih lanjutan yang disesuaikan. Hal tersebut bermakna bahwa premi bersih asuransi dwiguna digantikan oleh premi yang perhitungannya menyesuaikan tahun pembayarannya.

Perhitungan cadangan premi berdasarkan hukum mortalitas *Weibull* sebelumnya telah dilakukan oleh Widia & Subhan (2019) dengan menggunakan metode *New Jersey*. Hasil dari

penelitian tersebut adalah nilai cadangan pada tahun pertama adalah nol dan tahun berikutnya mengalami peningkatan setiap tahunnya.

Terkait menentukan nilai cadangan premi menggunakan metode *Illinois* pernah dilakukan oleh Lestari et al. (2019). Penelitian tersebut memperoleh hasil bahwa metode *Illinois* menghasilkan nilai cadangan yang lebih kecil dibandingkan dengan metode *prospektif* tanpa metode *Illinois*.

Berdasarkan penelitian terdahulu dan melihat keunggulan dari hukum mortalitas *Weibull* dalam menentukan nilai premi serta metode *Illinois* dalam menentukan nilai cadangan premi. Peneliti tertarik untuk membahas mengenai Penentuan Cadangan Premi Asuransi Dwiguna Menggunakan Metode *Illinois* Berdasarkan Hukum Mortalitas *Weibull*.

Pada distribusi *Weibull*, fungsi laju angka kematian dinotasikan dengan

$$\mu(x) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \quad (1)$$

(Bowers et al., 1997)

Fungsi laju angka kematian berpengaruh pada penentuan peluang hidup tertanggung dalam perhitungan premi. Premi tahunan bersih asuransi jiwa dwiguna dinotasikan dengan:

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \quad (2)$$

Setelah penentuan premi, maka dapat ditentukan besar cadangan premi. Menurut Sembiring (1986) cadangan premi dengan menggunakan metode *Illinois* yaitu:

$${}_t^mV = A_{x+t:\overline{n-t}|} - \beta^t \ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|} - mP_{x:\overline{n}|} ({}_{20-t|m-20}\ddot{a}_{x+t}) \quad (3)$$

$${}_t^mV = A_{x+t:\overline{n-t}|} - mP_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|} \quad (4)$$

$${}_t^mV = A_{x+t:\overline{n-t}|} \quad (5)$$

Persamaan (3) digunakan dalam menentukan cadangan premi untuk $t \leq 20$, persamaan (4) digunakan dalam menentukan cadangan premi untuk $20 < t \leq m$, dan persamaan (5) digunakan dalam menentukan cadangan premi untuk $m < t \leq n$.

2. METODE PENELITIAN

Dalam penelitian ini digunakan data sekunder yaitu data *life table* Amerika Serikat tahun 2017 yang berisikan data peluang kematian. Adapun langkah-langkah dalam

penelitian ini adalah sebagai berikut

1. Menggunakan polis asuransi
2. Melakukan estimasi parameter distribusi *Weibull* terhadap data *life table* Amerika Serikat tahun 2017 dengan bantuan *software R*.
3. Menggunakan data *life table* Amerika Serikat untuk memperoleh tabel komutasi.
4. Menghitung cadangan premi asuransi dwiguna menggunakan metode *Illinois* berdasarkan persamaan (3) dan (4).
5. Menentukan formula premi asuransi jiwa dwiguna berdasarkan hukum mortalitas *Weibull*.
6. Mengitung nilai premi asuransi dwiguna berdasarkan hukum mortalitas *Weibull*.
7. Menentukan formula cadangan premi dengan menggunakan metode *Illinois* berdasarkan hukum mortalitas *Weibull*.
8. Menghitung cadangan premi dengan metode *Illinois* menggunakan hukum mortalitas *Weibull*.
9. Interpretasi hasil.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Pendugaan Parameter Distribusi *Weibull* terhadap *Life Table* Amerika Serikat 2017

Penentuan parameter distribusi *Weibull* terhadap data peluang kematian pada *life table* Amerika Serikat tahun 2017 menggunakan *Maximum Likelihood Estimation*. Melalui bantuan *software R*, diperoleh parameter distribusi *Weibull* yaitu $\alpha = 0,4549$ dan $\beta = 16,6383$.

Setelah diperoleh hasil pendugaan parameter distribusi *Weibull*, selanjutnya dilakukan uji data peluang kematian pada *life table* Amerika Serikat 2017 berdistribusi *Weibull*. Uji kecocokan data distribusi *Weibull* dilakukan dengan menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov. Melalui bantuan *software R* diperoleh hasil $p\text{-value} = 0,3287 \geq \alpha = 0,05$ sehingga keputusan yang diambil adalah terima H_0 yaitu data peluang kematian pada *life table* Amerika Serikat berdistribusi *Weibull*.

3.2 Tabel Komutasi untuk Asuransi Dwiguna

Menurut Dickson et al (2009) tabel komutasi diperoleh dengan menghitung terlebih dahulu nilai-nilai fungsi komutasi. Penentuan nilai d_x

dilakukan sebelum menghitung nilai-nilai fungsi komutasi dengan menggunakan persamaan

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

Sehingga diperoleh nilai d_x seperti berikut:

$$d_{30} = l_{30} - l_{31} = 132,23$$

$$d_{31} = l_{31} - l_{32} = 137,03$$

⋮

$$d_{60} = l_{60} - l_{61} = 802,24$$

Kemudian dengan menggunakan $i = 5\%$ maka diperoleh:

- a. Nilai v dapat ditentukan berdasarkan persamaan:

$$v = \frac{1}{1+i} = 0,9524$$

- b. Nilai D_x dapat ditentukan berdasarkan persamaan:

$$D_x = v^x l_x$$

Diperoleh:

$$D_{30} = 22.645,3969$$

$$D_{31} = 21.537,9076$$

⋮

$$D_{100} = 14,4008$$

- c. Nilai N_x dapat ditentukan berdasarkan persamaan:

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots$$

Sehingga diperoleh:

$$N_{30} = 421.434,8314$$

$$N_{31} = 398.789,4346$$

⋮

$$N_{100} = 14,4008$$

- d. Nilai C_x dapat ditentukan berdasarkan persamaan:

$$C_x = v^{x+1} d_x$$

Diperoleh:

$$C_{30} = 29,1371$$

$$C_{31} = 28,7582$$

⋮

$$C_{100} = 13,7151$$

- e. Nilai M_x ditentukan berdasarkan persamaan:

$$M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots$$

Sehingga diperoleh:

$$M_{30} = 2.577,0716$$

$$M_{31} = 2.547,9345$$

⋮

$$M_{100} = 13,7151$$

3.3 Perhitungan Cadangan Premi Asuransi Dwiguna Menggunakan Metode *Illinois* tanpa Berdasarkan Hukum Mortalitas *Weibull*

Polis asuransi yang digunakan adalah sebagai berikut: peserta asuransi berusia 30 tahun mengikuti asuransi jiwa dwiguna dalam jangka waktu 30 tahun. Apabila peserta asuransi meninggal atau tetap hidup dalam masa pertanggungan, maka peserta asuransi akan mendapatkan uang pertanggungan. Jumlah uang pertanggungan yang diberikan yaitu sebesar Rp 10.000.000,00.

Hal pertama yang harus dilakukan dalam menentukan cadangan premi adalah menghitung nilai premi tahunan pada asuransi dwiguna. Berdasarkan polis yang ditetapkan maka persamaan (2) dapat dimodifikasi menjadi:

$$P_{30:\overline{30}|} = \frac{A_{30:\overline{30}|}}{\ddot{a}_{30:\overline{30}|}} = 10^7 \frac{\frac{M_{30}-M_{60}+D_{60}}{D_{30}}}{\frac{N_{30}-N_{60}}{D_{30}}} = 157.547,4728$$

Selanjutnya ditentukan premi yang disesuaikan berdasarkan persamaan

$$\beta^l = P_{x:\overline{n}|} + \frac{{}_{19}P_{x+1} - \left(S \left(\frac{C_x}{D_x} \right) \right)}{\ddot{a}_{x:\overline{k}|}}$$

Berdasarkan polis diperoleh

$$\beta^l = P_{30:\overline{30}|} + \frac{{}_{19}P_{31} - \left(S \left(\frac{C_{30}}{D_{30}} \right) \right)}{\ddot{a}_{30:\overline{20}|}} = 163.866,5910$$

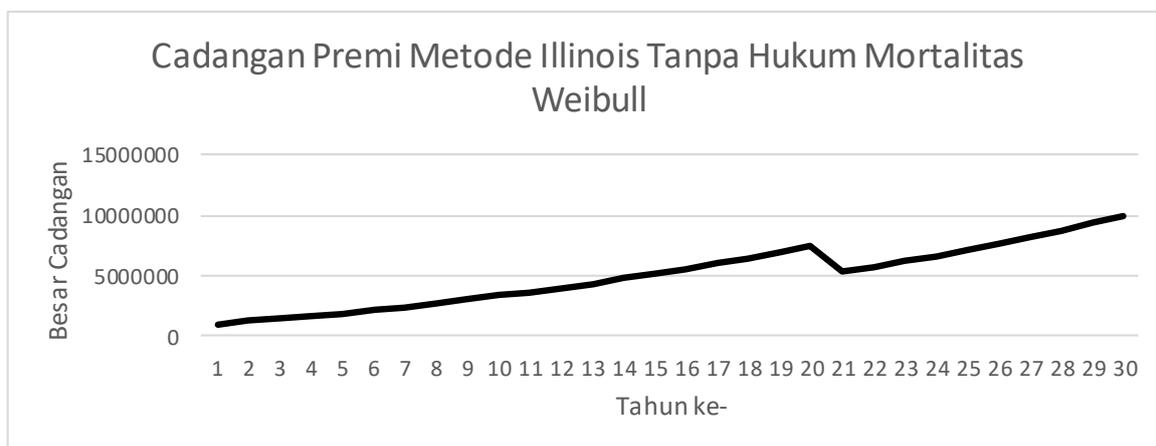
Langkah berikutnya adalah menentukan nilai α^l menggunakan persamaan

$$\alpha^l = \beta^l - \left({}_{19}P_{x+1} - \left(\frac{C_{30}}{D_{30}} \right) \right)$$

Berdasarkan polis yang telah ditetapkan berlaku:

$$\alpha^l = \beta^l - \left({}_{19}P_{31} - S \left(\frac{C_{30}}{D_{30}} \right) \right) = 82.276,0911$$

Berdasarkan persamaan (3) dan (4) maka nilai cadangan premi asuransi dwiguna menggunakan metode *Illinois* tanpa berdasarkan hukum mortalitas *Weibull* dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Cadangan Premi Menggunakan Metode Illinois Tanpa Berdasarkan Hukum Mortalitas Weibull

3.4 Penentuan Formula Premi Asuransi Dwiguna Berdasarkan Hukum Mortalitas Weibull

Langkah pertama dalam penentuan formula premi adalah menentukan formula peluang orang berusia x tahun hidup sampai usia $x + t$ tahun (${}_t p_x$). Persamaan yang digunakan untuk menentukan formula ${}_t p_x$ adalah sebagai berikut:

$${}_t p_x = e^{-\int_x^{x+t} \mu(y) dy}$$

Berdasarkan persamaan (1) diperoleh

$${}_t p_x = \exp \left[- \left(\frac{(x+t)^\alpha - x^\alpha}{\beta^\alpha} \right) \right] \quad (6)$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan anuitas hidup berdasarkan persamaan

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_x$$

Sehingga berdasarkan persamaan (6) diperoleh:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \left(\exp \left[- \left(\frac{(x+t)^\alpha - x^\alpha}{\beta^\alpha} \right) \right] \right) \quad (7)$$

Kemudian ditentukan formula premi tunggal asuransi dwiguna berdasarkan persamaan

$$A_{x:\overline{n}|} = 1 - d(\ddot{a}_{x:\overline{n}|})$$

Sehingga sesuai dengan persamaan (7) diperoleh:

$$A_{x:\overline{n}|} = 1 - (1-v)(B) \quad (8)$$

Dengan

$$B = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \left(\exp \left[- \left(\frac{(x+t)^\alpha - x^\alpha}{\beta^\alpha} \right) \right] \right)$$

3.5 Perhitungan Nilai Premi Asuransi Dwiguna Berdasarkan Hukum Mortalitas Weibull

- a. Nilai anuitas hidup asuransi dwiguna berdasarkan persamaan (7) diperoleh:

$$\ddot{a}_{30:\overline{30}|} = 13,4442$$

- b. Nilai premi tunggal bersih asuransi dwiguna berdasarkan persamaan (8) diperoleh:

$$A_{30:\overline{30}|} = 3.597.984,9520$$

Kemudian diperoleh nilai premi asuransi dwiguna berdasarkan hukum mortalitas Weibull sebagai berikut:

$$P_{30:\overline{30}|} = \frac{A_{30:\overline{30}|}}{\ddot{a}_{30:\overline{30}|}} = 267.622,9522$$

3.6 Menentukan Formula Cadangan Premi Menggunakan Metode Illinois Berdasarkan Hukum Mortalitas Weibull

Pada penentuan formula cadangan premi dengan metode Illinois berdasarkan hukum mortalitas Weibull, ditentukan terlebih dahulu premi yang disesuaikan berdasarkan persamaan

$$\beta^I = P_{x:\overline{n}|} + \frac{{}_{19}P_{x+1} - \left(S \left(\frac{C_x}{D_x} \right) \right)}{\ddot{a}_{x:\overline{k}|}}$$

Sesuai dengan polis yang telah ditetapkan berlaku:

$$\beta^I = P_{30:\overline{30}|} + \frac{{}_{19}P_{31} - \left(S \left(\frac{C_{30}}{D_{30}} \right) \right)}{\ddot{a}_{30:\overline{20}|}}$$

Dengan menggunakan persamaan (7) dan (8) maka diperoleh:

$$\beta^I = 275.826,2952$$

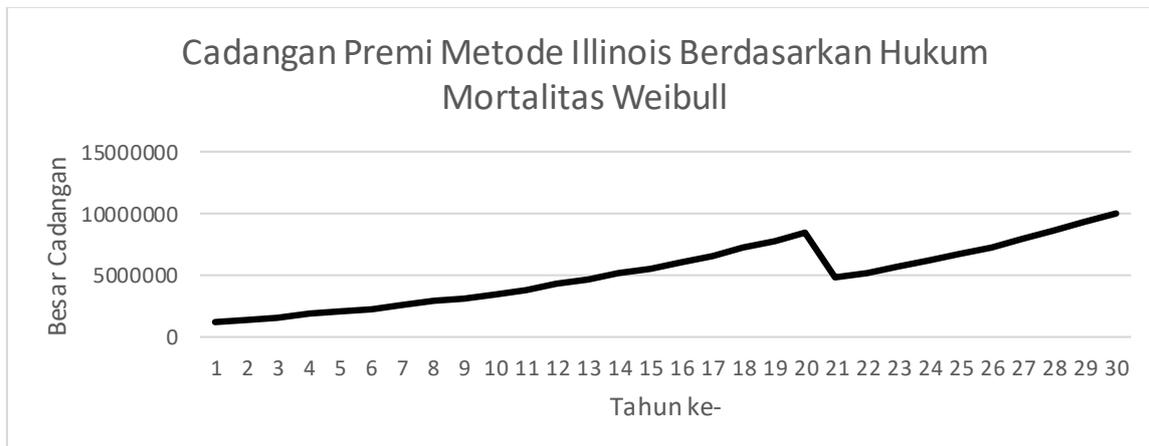
Selanjutnya ditentukan nilai α^I dengan

mensubstitusi $\beta^I = 275.826,2952$ diperoleh $\alpha^I = 182.432,3478$.

Selanjutnya, menentukan nilai cadangan premi menggunakan metode *Illinois*.

Berdasarkan persamaan (3) dan (4) diperoleh

$$\begin{aligned} {}_{30}V^{(I)} &= A_{31:\overline{29}|} - \beta^I \ddot{a}_{31:\overline{19}|} \\ &\quad - {}_{30}P_{30:\overline{30}|} ({}_{19|10}\ddot{a}_{31}) \\ &= 1.170.005,0680 \end{aligned}$$



Gambar 2. Cadangan Premi Metode Illinois Berdasarkan Hukum Mortalitas Weibull

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan yang dapat diperoleh dari artikel ini adalah premi asuransi dwiguna dapat ditentukan dengan menggunakan hukum mortalitas *Weibull* yaitu melalui modifikasi formula peluang hidup tertanggung. Formula peluang hidup tertanggung berdasarkan hukum mortalitas *Weibull* adalah

$${}_t p_x = \exp \left[- \left(\frac{(x+t)^\alpha - x^\alpha}{\beta^\alpha} \right) \right]$$

Setelah premi diperoleh, cadangan premi ditentukan dengan menggunakan metode *Illinois*. Cadangan premi yang dihasilkan dengan menggunakan metode *Illinois* berdasarkan hukum mortalitas *Weibull* yaitu sebesar Rp 1.170.005,00 pada tahun pertama dan Rp 10.000.000,00 pada akhir tahun pertanggungannya yaitu tahun ke-30. Cadangan premi pada tahun pertama sampai tahun ke-20 berdasarkan hukum mortalitas *Weibull* lebih besar dibandingkan cadangan premi tanpa menggunakan hukum mortalitas *Weibull*. Setelah tahun ke-20 cadangan premi berdasarkan hukum mortalitas *Weibull* lebih kecil dibandingkan dengan cadangan premi tanpa hukum mortalitas *Weibull*. Pada akhir tahun pertanggungannya, cadangan premi yang dihasilkan baik dengan hukum mortalitas *Weibull* atau tanpa mortalitas *Weibull* sama besar.

Dalam artikel ini cadangan premi dengan menggunakan metode *Illinois* berdasarkan hukum mortalitas *Weibull* hanya dapat digunakan untuk polis yang menanggung satu peserta asuransi. Pada artikel selanjutnya disarankan penentuan cadangan premi asuransi dwiguna dengan menggunakan metode *Illinois* berdasarkan hukum mortalitas *Weibull* didesain untuk dua atau lebih tertanggung.

DAFTAR PUSTAKA

- Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A., & Nesbitt, C. J. 1997. *Actuarial Mathematics*. Schaumburg: The Society Of Actuaries.
- Dickson, D. C. M., Hardy, M. R., & Waters, H. R. 2009. *Actuarial Mathematics For Life Contingent Risk*. New York: Cambridge University Press.
- Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian I* (1st ed.). Tokyo: Oriental Life Insurance Cultural Development Center.
- Lestari, D. A., Satyahadewi, N., & Perdana, H. 2019. Penentuan Cadangan Premi Asuransi Jiwa Dwiguna Berjangka Dengan Metode *Illinois*. *Bimaster : Buletin Ilmiah Matematika, Statistika Dan Terapannya*, 8(3), 627–632.

Sembiring, R. K. 1986. *Buku Materi Pokok Asuransi I*. Jakarta: Universitas Terbuka.

Widia, R., & Subhan, M. 2019. Penerapan Hukum Weibull Pada Metode New Jersey Dalam Penentuan Cadangan Premi Asuransi Dwiguna Status Joint Life. *UNPjoMath*, 2(3), 39–43.