

PENGGUNAAN MODEL ARIMAX UNTUK MERAMALKAN DATA CURAH HUJAN BULANAN DI BALI

Chairun Nisa^{1§}, I Wayan Sumarjaya^{2§}, I Gusti Ayu Made Srinadi³

¹Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Udayana [\[Email: chairun321@gmail.com\]](mailto:chairun321@gmail.com)

²Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Udayana [\[Email: sumarjaya@unud.ac.id\]](mailto:sumarjaya@unud.ac.id)

³Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Udayana [\[Email: srinadi@unud.ac.id\]](mailto:srinadi@unud.ac.id)

[§] *Corresponding Author*

ABSTRACT

Erratic rainfall in the future has a major effect on life. Extreme rainfall can result in various natural phenomena that have a negative impact in various fields work. The aim of this research is to find the best rainfall forecasting model in Bali using ARIMAX modeling, namely the transfer function model with an indeks Nino 3.4 as the input series. The transfer function model is a time series model that combines the regression approach and the ARIMA model for its error. Forecasting results suggest that the rainfall is linearly related to the Nino 3.4 indeks in the previous month. The best rainfall forecasting model has a value Akaike information criterion (AIC) is equal to 1334,629.

Keywords: ARIMAX, Transfer Function Model, Indeks Nino 3.4, Erratic Rainfall in Bali.

1. PENDAHULUAN

Peramalan atau *forecasting* adalah aktivitas memprediksikan sesuatu yang akan terjadi pada masa mendatang. Memprediksi sesuatu pada masa mendatang memerlukan data-data yang akurat pada masa lampau. Hasil peramalan yang baik diperoleh dengan melakukan analisis pada data untuk mendapatkan model yang tepat. Metode peramalan harus ditentukan dengan kehati-hatian dan ketelitian agar model yang diperoleh untuk melakukan peramalan adalah model yang tepat dan memiliki eror yang kecil, sehingga hasil peramalan yang diperoleh memiliki tingkat keakuratan yang baik.

Metode peramalan dengan menganalisis sekumpulan data pada masa lalu dalam periode waktu tertentu dengan jarak yang sama seperti data harian, bulanan dan seterusnya disebut metode peramalan deret waktu. Data deret waktu tersebut akan digunakan untuk menentukan nilai pada masa mendatang.

Umumnya pemodelan *autoregressive integrated moving average* (ARIMA) paling sering diaplikasikan dalam peramalan. Pemodelan deret waktu ARIMA hanya memperhatikan satu variabel saja yaitu variabel yang menjadi fokus dan *output* peramalan tanpa memperhatikan variabel lain yaitu variabel eksogen yang dapat memengaruhi variabel yang

menjadi *output* peramalan. Oleh karena itu, diperlukan analisis deret waktu yang dapat memperhatikan variabel eksogen yang memengaruhi variabel yang menjadi *output* peramalan. Terdapat beberapa pemodelan deret waktu yang memiliki variabel eksogen seperti *autoregressive distributed lag* (ARDL), dan ARIMA *with exogenous input* (ARIMAX).

Pada dasarnya pemodelan ARIMAX menggunakan dua variabel sebagai indikator untuk menentukan nilai-nilai pada masa mendatang. Kedua variabel ini adalah variabel dependen dan variabel independen (Wangdi,dkk.,2010). Pada model ARIMAX terdapat tiga spesifikasi model berdasarkan pada konsep pendugaannya. Spesifikasi model ARIMAX antara lain model ARIMAX dengan estimasi simultan (*simultaneous estimation*), model ARIMAX dengan pendugaan model kovariatnya dahulu, dilanjutkan dengan pendugaan ARIMA untuk erornya (model fungsi transfer), dan model ARIMAX dengan pendugaan ARIMA untuk erornya, kemudian dilanjutkan dengan pendugaan model kovariatnya. Model fungsi transfer dapat diaplikasikan dalam meramalkan data curah hujan dengan melibatkan variabel eksogen yaitu indeks Nino 3.4.

Curah hujan merupakan banyaknya air hujan yang jatuh pada daerah dan periode waktu

tertentu (KBBI, edisi III). Letak astronomis Indonesia yang dilalui oleh garis khatulistiwa memengaruhi perubahan cuaca dan iklim serta tingginya tingkat curah hujan dan kelembapan udara yang menyebabkan pemanasan global dan efek rumah kaca. Bali berada pada 8° di selatan garis khatulistiwa yang menyebabkan suhu di Bali hangat yakni sekitar $26\text{--}27^\circ\text{C}$ dan sekitar 85% tingkat kelembapan di Bali.

Curah hujan dipengaruhi oleh kelembapan udara, temperatur udara, kecepatan angin, aktivitas *Madden Jullian Oscillation* (MJO) atau masa udara basah, maupun fenomena alam lainnya seperti dinamika atmosfer El Nino Southern Oscillation (ENSO). Fenomena global dari sistem interaksi antara lautan dan atmosfer, ini yang dinamakan ENSO dengan dua kondisi yaitu El Nino dan La Nina. El Nino terjadi pada saat anomali suhu permukaan laut di Ekuator Pasifik Tengah positif, sedangkan La Nina terjadi saat anomali suhu negatif. Dampak yang disebabkan oleh ENSO ini dapat memengaruhi perubahan kondisi perairan Indonesia serta dapat mengakibatkan terjadinya pengurangan atau penambahan intensitas curah hujan. Mengingat wilayah Indonesia yang cukup luas maka ENSO hanya memengaruhi sebagian wilayah Indonesia. Pulau Bali merupakan salah satu wilayah di Indonesia yang dipengaruhi oleh kondisi ENSO.

Beberapa penelitian yang berhasil menerapkan model ARIMAX antara lain penelitian Dini dkk (2012) yang melakukan peramalan optimasi persediaan premium, dan penelitian Harahap dan Suharsono (2014) yang meramalkan jumlah sepeda motor yang terjual.

Penelitian ini bertujuan untuk menemukan model terbaik dalam meramalkan curah hujan bulanan di Bali. Metode peramalan deret waktu ARIMAX digunakan untuk meramalkan curah hujan di Bali dengan indeks Nino 3.4 sebagai variabel eksogen.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data curah hujan (y_t) yang diamati oleh BMKG di wilayah Bali, dan data indeks Nino 3.4 (x_t) yang diambil dari NOAA. Kedua data tersebut merupakan data bulanan yang tercatat pada Januari 2009 sampai Desember 2018.

Tahapan analisis pada penelitian ini menggunakan model ARIMAX berikut:

1. Mempersiapkan data curah hujan untuk deret *input* dan data indeks Nino 3.4 untuk

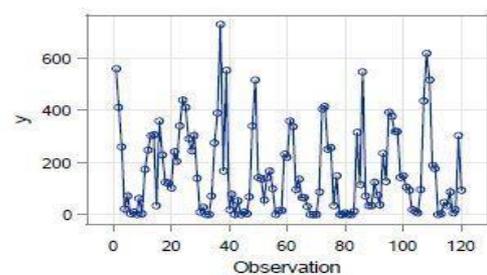
deret *output*;

2. Memeriksa kestasioneran deret *input* dan deret *output* dengan mengidentifikasi plot data deret waktu, plot ACF dan PACF.
3. Melakukan proses *differencing* atau transformasi pada data yang belum stasioner sehingga diperoleh data stasioner yang siap digunakan untuk tahap berikutnya;
4. Menetapkan model ARIMA terbaik untuk masing-masing deret;
5. Melakukan proses *prewhitening* dengan model ARIMA deret *input* terbaik yang diperoleh pada tahap sebelumnya untuk memperoleh nilai α_t (deret *input* setelah *prewhitening*) dan β_t (deret *output* setelah *prewhitening*);
6. Menghitung nilai korelasi silang deret *input* dan deret *output*;
7. Menentukan nilai r , s , b berdasarkan plot korelasi silang;
8. Mengidentifikasi deret *noise*;
9. Menetapkan (p_n, q_n) untuk model ARIMA($p_n, 0, q_n$) dari deret *noise*;
10. Melakukan identifikasi akhir dan estimasi parameter model fungsi transfer;
11. Melakukan uji diagnostik model;
12. Melakukan peramalan curah hujan bulanan di Bali pada periode Januari 2020—Desember 2020.

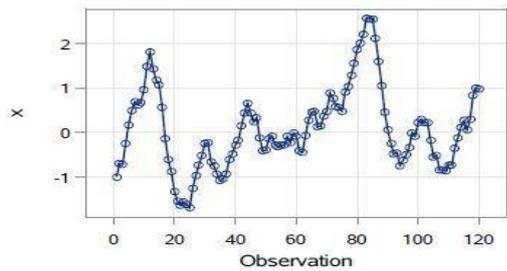
3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Identifikasi Data Deret Waktu

Tahapan pertama, identifikasi data pada masing-masing deret dengan membuat plot data deret *input* dan deret *output* pada Januari 2009 sampai Desember 2018. Hal ini dilakukan untuk mengetahui ada pola tren atau musiman pada data. Gambar 1 dan Gambar 2 adalah hasil plot data curah hujan sebagai deret *output* dan indeks Nino 3.4 sebagai deret *input*.

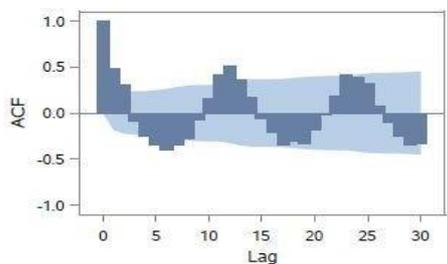


Gambar 1. Plot Data Asli Curah Hujan (Januari 2009—Desember 2018)

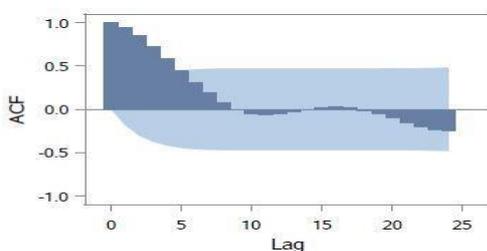


Gambar 2. Plot Data Asli Indeks Nino 3.4 (Januari 2009 - Desember 2018)

Pada Gambar 1 dan Gambar 2 menjelaskan bahwa data curah hujan dan indeks Nino 3.4 merupakan data non-stasioner dalam rata-rata. Gambar 1 menjelaskan bahwa terdapat pola musiman tahunan pada data, dengan data terendah bernilai nol. Gambar 2 menjelaskan bahwa data indeks Nino 3.4 mengalami fluktuatif dari waktu ke waktu, dengan data tertinggi berada pada data ke-80 dan terendah pada data ke-20 atau data ke-21 yang memiliki nilai kurang dari -1 .



Gambar 3. Plot ACF Data Asli Curah Hujan



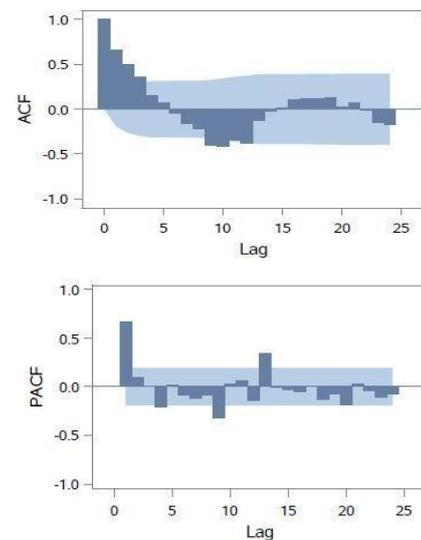
Gambar 4. Plot ACF Data Asli Indeks No 3.4

Pada Gambar 3 dan Gambar 4 terlihat bahwa plot ACF data curah hujan dan indeks Nino 3.4 mengalami *dying down* yang menunjukkan data non-stasioner. Oleh karena itu, dilakukan proses *differencing* terhadap tren dan musiman. Data curah hujan dan indeks Nino 3.4 yang telah stasioner dapat dibentuk model ARIMA deret *input*.

Penentuan Model ARIMA Deret *Input*

Orde untuk model ARIMA dapat diperoleh dengan mengidentifikasi nilai ACF dan PACF

deret *input* yang telah stasioner. Untuk menentukan orde AR dan MA *non-seasonal* maupun *seasonal*-nya dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Plot ACF dan PACF Data Indeks Nino 3.4 yang Stasioner (Hasil *Differencing* orde satu dan *Differencing* orde satu *seasonal*)

Berdasarkan Gambar 5 dapat ditentukan orde untuk model ARIMA deret *input* yang selanjutnya dipilih model dengan nilai AIC terkecil dari seluruh kandidat model yang ada. Kandidat model ARIMA deret *input* dan nilai AIC dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Kandidat Model ARIMA Deret *Input*

No.	Model ARIMA	AIC
1	*)ARIMA(1,1,0)(1,1,1) ¹²	10,20745
2	ARIMA(0,1,1)(0,1,1) ¹²	42,71937
3	ARIMA(0,1,1)(1,1,0) ¹²	42,96602
4	ARIMA(1,1,0)(1,1,0) ¹²	43,00863
5	*)ARIMA(1,1,0)(0,1,1) ¹²	9,21353
6	*)ARIMA(1,1,1)(0,1,1) ¹²	10,49803
7	ARIMA(1,1,1)(1,1,0) ¹²	40,88339
8	ARIMA(0,1,2)(0,1,1) ¹²	34,61827
9	ARIMA(0,1,3)(0,1,1) ¹²	25,13985
10	ARIMA(0,1,1)(2,1,0) ¹²	26,1893
11	ARIMA(1,1,0)(2,1,0) ¹²	33,31852

*)Estimasi parameter tidak signifikan

Pada Tabel 1 terlihat bahwa model yang semua estimasi parameternya signifikan dengan nilai AIC terkecil adalah ARIMA(0,1,3)(0,1,1)¹² yang ditulis sebagai $(1 - B)(1 - B^{12})x_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \theta_3 B^3)(1 + \Theta_1 B^{12})\epsilon_t$

$$\Leftrightarrow (1 - B - B^{12} + B^{13})x_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \theta_3 B^3)(1 + \theta_1 B^{12})\varepsilon_t$$

$$\Leftrightarrow x_t - x_{t-1} - x_{t-12} - x_{t-13} = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \theta_3 B^3 + \theta_1 B^{12} + \theta_1 \theta_1 B^{13} + \theta_1 \theta_2 B^{14} + \theta_1 \theta_3 B^{15})\varepsilon_t$$

$$\Leftrightarrow x_t = x_{t-1} + x_{t-12} + x_{t-13} + (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \theta_3 B^3 + \theta_1 B^{12} + \theta_1 \theta_1 B^{13} + \theta_1 \theta_2 B^{14} + \theta_1 \theta_3 B^{15})\varepsilon_t \quad (1)$$

Model ARIMA(0,1,3)(0,1,1)¹² pada persamaan (1) menggambarkan bahwa deret *input* indeks Nino 3.4 pada bulan ini dipengaruhi oleh indeks Nino 3.4 pada satu bulan, dua belas bulan, dan tiga belas bulan sebelumnya.

Prewhitening Deret Input dan Deret Output

Proses *prewhitening* deret *input* dilakukan untuk membuat deret *input* menjadi *white noise*. Namun, proses *prewhitening* deret *output* tidak harus menjadikannya *white noise*. Proses *prewhitening* masing-masing deret dilakukan dengan mentransformasi model ARIMA deret *input* yang diperoleh pada tahap sebelumnya, sehingga deret *input* setelah di-*prewhitening* (α_t) ditulis pada persamaan berikut.

$$x_t = x_{t-1} + x_{t-12} + x_{t-13} + (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \theta_3 B^3 + \theta_1 B^{12} + \theta_1 \theta_1 B^{13} + \theta_1 \theta_2 B^{14} + \theta_1 \theta_3 B^{15})\alpha_t$$

$$\Leftrightarrow x_t = x_{t-1} + x_{t-12} + x_{t-13} + \alpha_t + \theta_1 \alpha_{t-1} + \theta_2 \alpha_{t-2} + \theta_3 \alpha_{t-3} + \theta_1 \alpha_{t-12} + \theta_1 \theta_1 \alpha_{t-13} + \theta_1 \theta_2 \alpha_{t-14} + \theta_1 \theta_3 \alpha_{t-15}$$

$$\Leftrightarrow \alpha_t = x_t - x_{t-1} - x_{t-12} - x_{t-13} - \theta_1 \alpha_{t-1} - \theta_2 \alpha_{t-2} - \theta_3 \alpha_{t-3} - \theta_1 \alpha_{t-12} - \theta_1 \theta_1 \alpha_{t-13} - \theta_1 \theta_2 \alpha_{t-14} - \theta_1 \theta_3 \alpha_{t-15} \quad (2)$$

dengan $\theta_1 = -0,62782$; $\theta_2 = -0,45179$; $\theta_3 = -0,35351$; $\theta_1 = 0,47046$; α_t adalah deret *input* yang telah di-*prewhitening* dan ditetapkan $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{13} = 0$, sehingga persamaan (2) menjadi

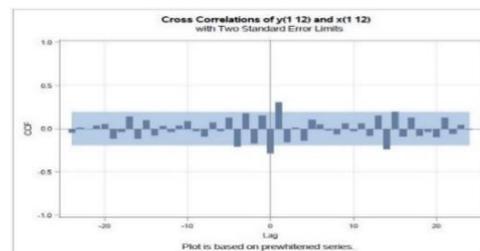
$$\alpha_t = x_t - x_{t-1} - x_{t-12} - x_{t-13} + 0,62782\alpha_{t-1} + 0,45179\alpha_{t-2} + 0,35351\alpha_{t-3} - 0,47046\alpha_{t-12} + 0,2954\alpha_{t-13} + 0,2125\alpha_{t-14} + 0,1663\alpha_{t-15}. \quad (3)$$

Dengan melakukan transformasi yang sama seperti *prewhitening* deret *input*, sehingga diperoleh

$$\beta_t = y_t - y_{t-1} - y_{t-12} - y_{t-13} + 0,62782\beta_{t-1} + 0,45179\beta_{t-2} + 0,35351\beta_{t-3} - 0,47046\beta_{t-12} + 0,2954\beta_{t-13} + 0,2125\beta_{t-14} + 0,1663\beta_{t-15}. \quad (4)$$

Perhitungan Korelasi Silang Deret Input dan Deret Output

Perhitungan korelasi silang bertujuan untuk mengetahui tingkat keeratan hubungan antara variabel α_t dan β_t . Perhitungan korelasi silang dilakukan untuk menentukan nilai r, s, b dengan mengidentifikasi plot korelasi silang.



Gambar 6. Plot Korelasi Silang

Gambar 6 menunjukkan bahwa *lag* yang pertama signifikan adalah *lag-1*. Hal ini menjelaskan bahwa indeks Nino 3.4 memengaruhi curah hujan pada satu bulan sebelumnya.

Penentuan Nilai (b, s, r)

Berdasarkan plot korelasi silang pada Gambar 6 dapat ditentukan nilai (b, s, r) berikut.

- Nilai $b = 1$ diperoleh dari *lag* yang pertama signifikan pada plot korelasi silang;
- Nilai s diperoleh dari *lag-lag* yang signifikan setelah *lag-1*, sehingga $s = 0$;
- Nilai $r = 0$ diperoleh dari pola yang jelas pada plot korelasi silang.

Model fungsi transfer awal dengan (b, s, r) = (1,0,0) yang ditulis sebagai

$$y_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s)}{\delta_r(B)} x_{t-b} + \eta_t$$

$$y_t = \omega_0 x_{t-1} + \eta_t.$$

dengan nilai $\omega_0 = -42,85707$, sehingga model fungsi transfer awal yaitu

$$y_t = -42,85707x_{t-1} + \eta_t. \quad (5)$$

Identifikasi Model ARIMA Deret Noise

Deret *noise* dapat dihitung dengan melakukan transformasi model fungsi transfer awal. Berikut persamaan untuk memperoleh nilai-nilai deret *noise*.

$$\eta_t = y_t + 42,85707x_{t-1}$$

Tahapan selanjutnya adalah menentukan model deret *noise* berdasarkan pada plot ACF dan PACF deret *noise* untuk memperoleh nilai

$(p_n, 0, q_n)$ untuk model ARIMA deret *noise*. Berdasarkan hasil pendugaan model ARIMA deret *noise* didapatkan beberapa kandidat model fungsi transfer untuk masing-masing model ARIMA *noisenya* antara lain :

- a. ARIMA(1,0,0)

$$y_t = \omega_0 x_{t-1} + \frac{1}{(1-\phi_1 B)} \varepsilon_t.$$
- b. ARIMA(0,0,1)

$$y_t = \omega_0 x_{t-1} + (1 + \theta_1 B) \varepsilon_t.$$
- c. ARIMA(1,0,1)

$$y_t = \omega_0 x_{t-1} + \frac{(1+\theta_1 B)}{(1-\phi_1 B)} \varepsilon_t.$$
- d. ARIMA(0,0,0)(0,0,1)¹²

$$y_t = \omega_0 x_{t-1} + (1 + \theta_1 B) \varepsilon_t.$$
- e. ARIMA(0,0,0)(1,0,0)¹²

$$y_t = \omega_0 x_{t-1} + \frac{1}{(1-\phi_1 B)} \varepsilon_t.$$
- f. ARIMA(0,0,0)(2,0,0)¹²

$$y_t = \omega_0 x_{t-1} + \frac{1}{(1-\phi_1 B - \phi_2 B^2)} \varepsilon_t.$$

Estimasi Parameter Model Fungsi Transfer

Tahapan selanjutnya, melakukan estimasi parameter pada semua kandidat model yang telah diduga pada tahap sebelumnya. Hasil estimasi parameter diperoleh yaitu :

- a. $y_t = -42,93191x_{t-1} + \frac{1}{(1+0,08663B)} \varepsilon_t.$
- b. $y_t = -42,91442x_{t-1} + (1 + 0,06304B)\varepsilon_t.$
- c. $y_t = -43,10764x_{t-1} + \frac{(1-0,54069B)}{(1+0,67068B)} \varepsilon_t.$
- d. $y_t = -45,94224x_{t-1} + (1 + 0,99982B)\varepsilon_t.$
- e. $y_t = -44,51976x_{t-1} + \frac{1}{(1+0,38724B)} \varepsilon_t.$
- f. $y_t = -36,57478x_{t-1} + \frac{1}{(1+0,56984B+0,50420B^2)} \varepsilon_t.$

Uji Diagnostik Model

Terdapat dua tahap uji diagnostik model fungsi transfer antara lain

1. Perhitungan autokorelasi nilai residual pada model

Perhitungan autokorelasi residual dilakukan untuk menguji kelayakan model. Hasil perhitungan autokorelasi menunjukkan *p-value* pada setiap *lag* lebih besar dari $\alpha = 0,05$ maka model terbaik yang terpilih tersebut tidak ada korelasi antarsisaan atau *white noise*.

2. Perhitungan korelasi silang

Perhitungan korelasi silang menunjukkan nilai *p-value* lebih besar dari $\alpha = 0,05$ pada semua *lag*. Hal ini berarti nilai residual pada model dengan deret *input* saling bebas.

Pemilihan Model Terbaik

Model terbaik dipilih berdasarkan nilai AIC terkecil. Model fungsi transfer terbaik yaitu $y_t = -36,57478x_{t-1} + \frac{1}{(1+0,56984B+0,50420B^2)} \varepsilon_t.$

Nilai AIC model fungsi transfer tersebut adalah 1334,629.

Peramalan Curah Hujan di Bali

Tahap terakhir dari analisis model ARIMAX (model fungsi transfer) yaitu meramalkan curah hujan bulanan di Bali pada tahun 2020. Berikut ini hasil peramalan curah hujan bulanan di Bali pada periode Januari 2020—Desember 2020.

Tabel 2. Hasil Peramalan Curah Hujan pada Januari 2020–Desember 2020

Tahun	Bulan	Hasil Peramalan (mm)	Data Aktual (mm)
2020	Januari	195.9347	192,2
	Februari	351.7272	371,5
	Maret	187.5347	216,7
	April	54.7954	56,3
	Mei	84.8899	91,4
	Juni	133.7899	145,1
	Juli	15.9087	17,7
	Agustus	4.1112	3,0
	September	32.9991	38,9
	Oktober	177.6589	197,0
	November	55.6541	42,1
	Desember	338.9763	349,8

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Sesuai dengan pemaparan pada analisis dan pembahasan dapat diambil kesimpulan bahwa model terbaik untuk meramalkan data curah hujan bulanan di Bali dengan menggunakan model ARIMAX adalah :

$$y_t = -36,57478x_{t-1} + \frac{1}{(1+0,56984B+0,50420B^2)} \varepsilon_t$$

Hasil peramalan curah hujan di Bali dengan menggunakan pemodelan ARIMAX diperoleh nilai *mean absolute percentage error* (MAPE) sebesar 15,7929% yang menunjukkan hasil peramalan baik.

Saran untuk penelitian yang akan datang untuk melakukan peramalan curah hujan di Bali dengan menggunakan metode peramalan yang lain dan menambahkan variabel eksogen

lainnya yang dapat memengaruhi curah hujan seperti kelembapan udara, temperatur udara, maupun kecepatan angin.

DAFTAR PUSTAKA

- Dini, N. S. (2012). Peramalan Kebutuhan Premium dengan Metode ARIMAX untuk Optimasi Persediaan di Wilayah TBBM Madiun. *Jurnal Sains dan Seni ITS Vol. 1, No. 1, hal. D-230 s.d D-235*.
- Harahap, M. R., & Suharsono, A. (2014). Analisis Peramalan Penjualan Sepeda Motor di Kabupaten Ngawi dengan ARIMA dan ARIMAX. *Jurnal Sains dan Seni POM ITS Vol. 3, No.2*.
- Makridakis, Wheelwright, & McGee. (1999). *Metode dan Aplikasi Peramalan Edisi kedua*. Jakarta: Erlangga.
- Wangdi, K., Singhasivanon, P., Silawan, T., Lawpoolsri, S., White, N. J., & Kaewkungwal, J. (2010). Development of Temporal Modelling for Forecasting and Prediction of Malaria Infections Using Time-Series and ARIMAX Analyses: A Case Study in Endemic District of Bhutan. *Malaria Journal*.
- Wei, W. W. (1994). *Univariate and Multivariate Methods*. California: Addison Wesley Publishing Company.