

## PENENTUAN PORTOFOLIO OPTIMAL SAHAM YANG TERGOLONG INDEKS LQ45 MENGGUNAKAN FUNGSI UTILITAS BENTUK PANGKAT

Kadek Intan Sari<sup>1§</sup>, Komang Dharmawan<sup>2</sup>, Luh Putu Ida Harini<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Matematika, FMIPA – Universitas Udayana [Email: [intansari461@yahoo.co.id](mailto:intansari461@yahoo.co.id)]

<sup>2</sup>Program Studi Matematika, FMIPA – Universitas Udayana [Email: [k.dharmawan@unud.ac.id](mailto:k.dharmawan@unud.ac.id)]

<sup>3</sup>Program Studi Matematika, FMIPA – Universitas Udayana [Email: [ballidah@unud.ac.id](mailto:ballidah@unud.ac.id)]

§Corresponding Author

### ABSTRACT

*The proportion of a portfolio can not eliminate risk as a whole but can reduce risk compared to investing in one type of security. One way to determine the optimal portfolio is to use the rank utility function. The purpose of this study is to determine the optimal portfolio of shares of PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. (ADHI) and PT. XL Axiata Tbk. (EXCL) for the period January 2017-December 2018 by determining expected returns, variances, standard deviations, covariates, correlation coefficients between shares, and formulating the portfolio equation into a utility function with a rank of 0.5. This study produces a utility value ( $U(\alpha)$ ) of 0.996181 which means that the level of satisfaction with the proportion of shares of the portfolio is 99.618183%. This value is very high so the proportion of each share is well performed.*

**Keywords:** *Optimal Portfolios, Expected Returns, Utility Functions.*

### 1. PENDAHULUAN

Investasi pada dasarnya adalah komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lain yang dilakukan pada masa sekarang, dengan tujuan memperoleh sejumlah keuntungan pada masa yang akan datang (Tandelilin, 2010). Salah satu bentuk investasi yang digemari oleh pemodal adalah investasi pada pasar modal yaitu investasi berupa saham. Dalam dunia investasi, saham sangat diminati oleh investor karena menjanjikan *return* yang memuaskan. Investasi yang dilakukan pada beberapa saham yang fundamental dan teknikal yang bagus, risiko investasinya menjadi lebih rendah dan *return* menjadi optimal. Portofolio adalah kombinasi dari beberapa saham sebagai pilihan investasi, tujuannya untuk meminimalkan risiko investasi dan mengoptimalkan keuntungan (diversifikasi portofolio). Pembentukan portofolio yang baik akan sangat berguna bagi para investor dengan mengkombinasikan saham-saham sehingga akan menghasilkan *return* yang maksimal. Teori portofolio mempelajari dan menentukan kombinasi saham yang paling efisien terhadap sekumpulan saham untuk mengoptimalkan keuntungan yang diharapkan sesuai dengan tujuan investasi. Portofolio saham selain untuk

menghindari risiko juga untuk memaksimalkan *return*. Salah satu cara untuk membentuk suatu portofolio yang optimal adalah menggunakan model fungsi utilitas.

Menurut Husnan (1998), fungsi utilitas merupakan suatu model yang mendasari pemilihan portofolio dalam konteks *mean-variance*, dengan *mean* merupakan tingkat pengembalian (*return*) dan *variance* merupakan tingkat risiko (*risk*). Terdapat beberapa jenis utilitas yaitu fungsi utilitas linear, fungsi utilitas eksponensial, fungsi utilitas logaritma dan fungsi utilitas pangkat.

Penelitian terdahulu yang berhubungan dengan optimalisasi portofolio menggunakan fungsi utilitas yaitu: Devi, dkk (2013) memaparkan cara menganalisis portofolio saham LQ45 menggunakan fungsi utilitas kuadrat sangat dipengaruhi oleh *expected return* dan standar deviasi. Hal ini menunjukkan bahwa utilitas dari kenaikan portofolio akan meningkat dan akan menurun jika variansnya meningkat. Perubahan yang relatif besar dipengaruhi oleh indeks *risk averse*. Portofolio optimal yang didapat menunjukkan bahwa faktor yang memengaruhi portofolio optimal

adalah keuntungan investasi bebas risiko, indeks *risk aversion*, dan suku bunga pinjaman.

Indeks LQ45 hanya terdiri dari 45 saham yang terpilih melalui berbagai kriteria pemilihan, sehingga akan terdiri dari saham-saham dengan likuiditas dan kapitalisasi pasar yang tinggi. Agar investor mendapatkan tingkat pengembalian (*return*) yang sesuai dengan harapan dengan risiko yang minimal. Investor harus dapat menentukan jenis saham yang mempunyai karakteristik searah dengan perubahan IHSG misalnya indeks saham LQ45. Karakteristik saham yang termasuk dalam kategori indeks LQ45, adalah saham-saham yang cenderung stabil karena saham-saham tersebut termasuk saham-saham yang mudah diperjual-belikan baik dalam kondisi pasar lemah maupun kuat, dengan mudahnya saham-saham LQ45 diperjual-belikan maka akan dapat menunjukkan suatu portofolio yang optimal.

Hal inilah yang menjadikan daya tarik penulis untuk melanjutkan penelitian menentukan portofolio optimal pada saham LQ45 dengan menggunakan fungsi utilitas bentuk pangkat dengan Studi Empiris pada dua saham LQ45 yaitu saham PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. (ADHI) dan PT. XL Axiata Tbk. (EXCL) periode Januari 2017 – Desember 2018.

### Teori Portofolio Mean Variance

Menurut teori portofolio *mean-variance*, investor mengharapkan tingkat keuntungan tertentu dalam pembentukan portofolio. Bentuk umum dari tingkat keuntungan (*return*) dari portofolio adalah  $R_p = \alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2 + \dots + \alpha_m R_m$  atau secara sistematis dapat ditulis

$$R_p = \sum_{i=1}^m \alpha_i R_i$$

dengan  $\alpha_i$  adalah alokasi modal saham ke  $i=1,2,\dots,m$ . Untuk menentukan nilai harapan keuntungan (*mean*) dari portofolio, digunakan persamaan berikut yang merupakan bentuk umum dari  $E(R_p) = \alpha_1 E(R_1) + \alpha_2 E(R_2) + \dots + \alpha_m E(R_m)$  yaitu :

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^m \alpha_i E(R_i)$$

dengan  $E(R_i)$  adalah rata-rata tingkat keuntungan saham ke- $i$ . Selain mengharapkan tingkat keuntungan tertentu, investor juga mengharapkan risiko seminimal mungkin. Penurunan risiko ini dapat dilakukan karena

terdapat variasi tingkat keuntungan (kovarians) antarsekuritas pada suatu periode tertentu, sehingga dengan mengombinasikan berbagai sekuritas tersebut dalam suatu portofolio, tingkat keuntungan akan lebih stabil dan risikonya berkurang.

Sebagai ilustrasi, misalkan  $R_1$  adalah tingkat keuntungan saham 1, dan  $R_2$  adalah tingkat keuntungan saham 2,  $\sigma_p^2$  adalah varians dari portofolio, kemudian  $\sigma_1^2$  dan  $\sigma_2^2$  masing-masing adalah variansi dari saham pembentuk portofolio,  $\alpha_1$  dan  $\alpha_2$  adalah alokasi modal dan  $cov(S_1, S_2)$  adalah kovarians antara tingkat keuntungan saham 1 dengan saham 2, maka variansi dari portofolio dirumuskan sebagai berikut

$$\sigma_p^2 = \alpha_1^2 \sigma_1^2 + \alpha_2^2 \sigma_2^2 + 2\alpha_1 \alpha_2 cov(S_1, S_2)$$

dari persamaan tersebut, akan didapatkan bentuk umum perumusan varians yang menyatakan nilai risiko investasi portofolio.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^m \alpha_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_i \alpha_j \sigma_{ij} \quad i \neq j$$

dengan  $\sigma_{ij} = cov(S_i, S_j)$

Pembentukan sebuah portofolio tidak dapat menghilangkan risiko secara utuh, tetapi dapat mengurangi risiko dibandingkan dengan berinvestasi pada satu jenis sekuritas saja.

### Fungsi Utilitas Bentuk Pangkat

Fungsi utilitas pangkat memiliki bentuk (Fabozzi dan Pachamano, 2016):

$$U(x) = x^a, \quad 0 < a < 1$$

dengan  $x$  menyatakan jumlah modal atau harapan keuntungan dalam investasi dan  $a$  menyatakan preferensi risiko dari investor terhadap fungsi utilitas bentuk pangkat. Nilai  $a$  memiliki kisaran  $0 < a < 1$ . Hal ini menandakan investor hanya diperbolehkan untuk mengambil preferensi risiko yang terbatas pada interval (0,1), nilai 0 dan 1 tidak diambil sebab akan memberikan nilai utilitas yang bersifat konstan, sehingga hal ini tidak sesuai dengan harapan investor yang bersifat *risk averse*.

## 2. METODE PENELITIAN

### Jenis dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder berupa harga penutupan dari saham PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. (ADHI) dan PT. XL Axiata Tbk. (EXCL) periode Januari 2017-Desember 2018. Dalam penelitian ini penulis mengambil data yang

diperoleh dari <http://www.finance.yahoo.com>.

### Metode Analisis Data

Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk menentukan portofolio optimal dari saham PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. (ADHI) dan PT. XL Axiata Tbk. (EXCL) periode Januari 2017-Desember 2018 yaitu :

1. Menentukan *return* masing-masing saham dengan menggunakan persamaan  $R_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$  dan menentukan nilai harapan pengembalian (*expected return*) dengan menggunakan persamaan  $E(R) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_t$  dengan  $R_t$  adalah tingkat pengembalian saham,  $S_t$  adalah harga saham pada periode  $t$ , dan  $S_{t-1}$  adalah harga saham pada periode  $t-1$ .
2. Menentukan varians dengan menggunakan persamaan  $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_t - E(R))^2$  dan menentukan standar deviasi atau akar kuadrat varians tiap saham.
3. Menentukan nilai kovarian antar saham menggunakan persamaan  $cov(X, Y) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])]$  dan nilai koefisien korelasi antarsaham menggunakan persamaan

$$\rho(X, Y) = \frac{cov(X, Y)}{\sqrt{var(X)var(Y)}}$$

kemudian dilanjutkan dengan menentukan fungsi utilitas bentuk pangkat yang digunakan yaitu:

$$U(\alpha) = \alpha^{1/2}.$$

4. Merumuskan persamaan portofolio ke dalam fungsi utilitas bentuk pangkat dengan
5.  $A = E[\alpha] = (r_1 - r_2)\alpha + (1 + r_2)$ ,  
 $B = Var[\alpha] = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2)\alpha^2 + (2\rho\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_2^2)\alpha + \sigma_2^2$ ,

dan merumuskan ke persamaan portofolio

$$f(x) = U(A) + \frac{U''(A) Var(\alpha)}{2}$$

$$f(x) = A^p + \frac{p(p-1)}{2} A^{p-2} B.$$

6. Mencari solusi portofolio optimal dengan menjabarkan

$$A' = (r_1 - r_2),$$

$$B' = 2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2)\alpha + (2\rho\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_2^2).$$

dan merumuskan ke dalam persamaan portofolio untuk memperoleh portofolio optimal dengan persamaan:

$$f'(\alpha) = pA^2A' + \frac{p(p-1)(p-2)}{2} A'B + \frac{p(p-1)}{2} AB' = 0.$$

7. Menentukan nilai  $\alpha$  dan menghitung nilai A, B, dan  $U(f(\alpha))$

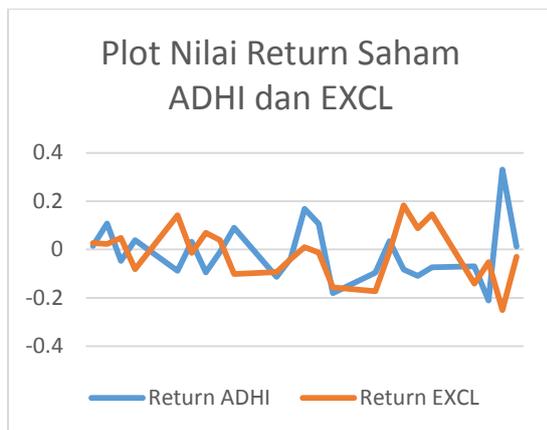
### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Data historis harga penutupan (*close price*) bulanan saham PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. (ADHI) dan PT. XL Axiata Tbk. (EXCL) periode Januari 2017-Desember 2018 disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. *Close Price* Saham ADHI dan EXCL

Tanggal	<i>Close Price</i> (ADHI)	<i>Close Price</i> (EXCL)
2017-01-01	2100	2910
2017-02-01	2130	2990
2017-03-01	2370	3060
2017-04-01	2260	3210
2017-05-01	2350	2960
2017-06-01	2150	3410
2017-07-01	2220	3360
2017-08-01	2020	3600
2017-09-01	2000	3740
2017-10-01	2190	3380
2017-11-01	1955	3080
2017-12-01	1885	2960
2018-01-01	2230	2990
2018-02-01	2480	2950
2018-03-01	2070	2520
2018-04-01	1880	2120
2018-05-01	1945	2100
2018-06-01	1790	2520
2018-07-01	1605	2750
2018-08-01	1490	3180
2018-09-01	1390	2760
2018-10-01	1125	2620
2018-11-01	1565	2040
2018-12-01	1585	1980

Setelah memperoleh data harga penutupan dilanjutkan dengan mengubah data dari harga penutupan saham menjadi tingkat pengembalian (*return*) yang ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Plot Nilai *Return* Saham ADHI dan EXCL.

Gambar 1. menunjukkan bahwa *return* saham ADHI dan EXCL cenderung fluktuatif. Terlihat pula nilai *return* saham ADHI mengalami peningkatan pesat pada akhir periode, sedangkan *return* saham EXCL mencapai nilai terendah. Dengan menggunakan data nilai tingkat keuntungan (*return*) masing-masing saham, maka untuk selanjutnya akan dihitung nilai statistik deskriptif dari masing-masing *return* saham. Statistik deskriptif tersebut ditampilkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Statistik Deskriptif Masing-masing Saham

Saham	<i>Return</i> Saham ADHI	<i>Return</i> Saham EXCL
<i>Expected Return</i>	-0,012232736	-0,01674
Max	0,330102788	0,182322
Min	-0,211520711	-0,25022
Simpangan Baku	0,117581672	0,105075
Varians	0,01382545	0,011041

Sumber: Data diolah (2019)

Berdasarkan Tabel 2. terlihat bahwa nilai harapan keuntungan (*expected return*) untuk saham ADHI dan EXCL bernilai negatif yang berarti kedua nilai saham cenderung mengalami penurunan. Selain itu, nilai simpangan baku untuk *return* saham ADHI dan EXCL hampir sama besar. Ini berarti simpangan yang dialami kedua saham hampir sama.

Setelah memperoleh statistik deskriptif masing-masing *return* saham, dilanjutkan dengan menghitung nilai kovarians dan korelasi kedua *return* saham. Selanjutnya diperoleh nilai kovarians dan korelasi antarsaham yang perhitungannya diperoleh dengan bantuan *Microsoft Excel* dan disajikan sebagai berikut.

Tabel 3. Kovarians dan Korelasi Saham ADHI & EXCL

Kovarians ADHI dan EXCL	-0,00335
Korelasi ADHI dan EXCL	-0,27091

Sumber: data diolah (2019)

Tabel 3 menunjukkan korelasi kedua saham bernilai negatif. Ini berarti apabila salah satu saham mengalami peningkatan maka saham lainnya akan mengalami penurunan dan begitu pula sebaliknya.

Setelah semua nilai statistik deskriptif yang diperlukan berhasil diperoleh, seluruh nilai itu kemudian dinotasikan sebagai berikut.

$$r_1 = E(\text{ADHI}) = -0,012232;$$

$$r_2 = E(\text{EXCL}) = -0,01674;$$

$$v_1 = SD \text{ Return ADHI} = 0,117582;$$

$$v_2 = SD \text{ Return EXCL} = 0,105075;$$

$$v_1^2 = \text{Varians Return ADHI} = 0,013825;$$

$$v_2^2 = \text{Varians Return EXCL} = 0,011041;$$

$$\rho = \text{Korelasi Return ADHI dan EXCL}$$

$$= -0,27091.$$

Selanjutnya variabel-variabel tersebut digunakan dalam menghitung portofolio optimal. Misalkan proporsi dana yang diinvestasikan pada saham ADHI  $= \alpha_1 = \alpha$ . Ini berarti proporsi dana yang diinvestasikan pada saham EXCL  $= \alpha_2 = 1 - \alpha$ . Dengan demikian diperoleh:

$$A = (r_1 - r_2)\alpha + (1 + r_2) \\ = 0,004508\alpha + 0,983258$$

Ini berarti:

$$A' = 0,004509.$$

Sedangkan

$$B = (v_1^2 + v_2^2 - 2\rho v_1 v_2)\alpha^2 + \\ (2\rho v_1 v_2 - 2v_2^2)\alpha + v_2^2.$$

Ini berarti:

$$B = 0,063120\alpha - 0,028775$$

Jika fungsi utilitas yang diberikan adalah

$U(\alpha) = \alpha^{1/2}$ . Ini berarti

$$f(\alpha) = A^p + \frac{p(p-1)}{2} A^{p-2} B.$$

Berdasarkan syarat  $f'(\alpha) = 0$ , diperoleh:

$$f'(\alpha) = pA^{p-1} + \frac{p(p-1)(p-2)}{2}$$

$$A^{p-2} B + \frac{p(p-1)}{2} AB'.$$

$$= -0,000008\alpha^2 - 0,00774606\alpha$$

$$+ 0,005725 = 0$$

Solusi untuk  $\alpha$  dan  $\beta$  diperoleh dengan pemfaktoran  $\alpha = 0,738540$  atau  $\alpha = 876,208330$ . Nilai yang dipilih adalah  $\alpha = 0,738540$  karena berada pada rentang 0 hingga 1. Ini berarti proporsi dana yang optimal untuk saham ADHI adalah sebesar  $\alpha_1 = \alpha = 0,738540 = 73,854\%$  dan untuk saham EXCL adalah sebesar  $\alpha_2 = 1 - \alpha = 1 - 0,738540 = 0,261459 = 26,146\%$ . Ini berarti nilai ekspektasi portofolio adalah

$$A = 0,986587.$$

dan varians portofolio adalah

$$B = 0,0322914.$$

Selanjutnya nilai utilitas dapat dihitung sebagai:

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= A^p + \frac{p(p-1)}{2} A^{p-2} B \\ &= 0,992378 \end{aligned}$$

Sehingga

$$\begin{aligned} U(f(\alpha)) &= (f(\alpha))^{1/2} \\ &= (0,992378)^{1/2} \\ &= 0,996181. \end{aligned}$$

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan diperoleh proporsi portofolio untuk saham ADHI sebesar 73,854% dan saham EXCL sebesar 26,146%. Ekspektasi portofolio bernilai 0,986587 dan varians portofolio bernilai 0,03229. Sedangkan nilai utilitasnya adalah sebesar 99,618183% yang berarti kepuasan terhadap portofolio sangat tinggi.

#### Saran

Penelitian selanjutnya bisa diuji coba pada berbagai saham dengan korelasi yang berlainan tanda (ada korelasi negatif dan korelasi positif) kemudian dibandingkan utilitasnya. Penelitian lanjutan juga dapat dilakukan dengan menggunakan tiga atau lebih saham dengan teknik pencarian solusi menggunakan pendekatan numerik yang sesuai.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Devi, Kadek Frisca Ayu, Dharmawan, Komang, dan Asih, Ni Made. 2013. Analisis Portofolio Saham LQ45 Menggunakan Fungsi Utilitas Kuadrat. *e-Jurnal Matematika*. Vol. 2. No. 1. Halaman 33-36.
- Fabozzi, Frank J. dan Pachamanova, Dessislava A. 2016. *Portfolio Construction and Analytics*. John Wiley & Sons: New Jersey.
- Husnan, Suad. 1998. *Dasar-dasar Teori Portofolio dan Analisis Sekuritas*. Edisi ketiga. UPP AMP YKPN. Yogyakarta.
- Tandelilin, Eduardus. 2010. *Portofolio dan Investasi*. Edisi Pertama. Kanisius: Yogyakarta.
- Yahoo Finance, [online]. Available :<http://www.finance.yahoo.com/>. Terakhir diakses tanggal 1 Mei 2018.