

KONTROL OPTIMAL PADA MODEL PENYEBARAN VIRUS KOMPUTER DENGAN KLASIFIKASI PENGAMANAN

Pangestuti Prima Darajat^{1§}, Tyas Husadaningsih²

¹Universitas Islam Raden Rahmat Malang [Email: pangestuti_prima@uniramalang.ac.id]

²Universitas Islam Raden Rahmat Malang [Email: tyas.husadaningsih@uniramalang.ac.id]

[§]Corresponding Author

ABSTRACT

In this paper, a model of the spread of computer viruses with security classification and nonlinear infection rates is formulated. From the short analysis, it is found that the model does not have a virus-free equilibrium point. This shows that the virus will always exist in the system and increasingly that it cannot be avoided. Therefore, control strategy by installing antivirus on subpopulation susceptible low-security level and infective subpopulation aims to minimize the number of infective computers, and minimize the cost related to these strategies. Hence, an important tool, in this case is, optimal control theory. The system is solved numerically by using Forward-Backward Sweep method in combination with the fourth-order Runge-Kutta method. Based on the simulation results, the combination of the two controls is effective in suppressing the spread of computer viruses. However, controlling by installing an antivirus on an infected computer has a great influence in suppressing the spread of the computer virus.

Keywords: *Optimal Control, Mathematical Modeling, Computer Virus.*

1. PENDAHULUAN

Tingginya ketergantungan berbagai bidang pada kinerja komputer menjadikan virus komputer sebagai ancaman yang serius. Tidak jarang kerusakan akibat virus ini dapat menyebabkan kerugian finansial yang besar. Sementara itu, software antivirus sebagai alat untuk mengatasi virus komputer memiliki kemampuan terbatas dan perkembangannya tertinggal oleh virus-virus berbahaya baru yang tercipta. Para peneliti telah mengembangkan berbagai model matematika untuk menggambarkan dinamika penyebaran virus komputer demi mendapatkan model yang sesuai dengan realita. (Yang, 2012-2014), (Zhu, 2013), (Gan, 2017), (Zhu, 2017), (Darajat, 2016).

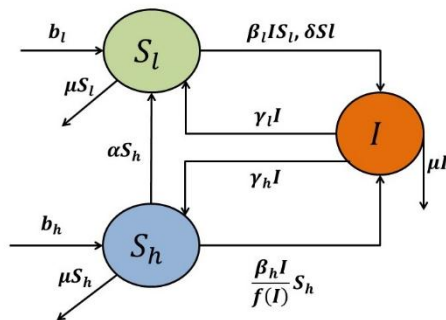
Penelitian ini bertujuan untuk mengkonstruksi model matematika yang lebih realistis tentang penyebaran virus komputer sekaligus mendapatkan strategi yang efektif dalam menekan penyebaran virus komputer pada masa yang akan datang. Pada teori matematika terdapat dua pendekatan penting untuk mengontrol penyebaran virus, yaitu analisis kualitatif (analisis dinamik) dan teori kontrol optimal. Pada analisis dinamik kondisi

penyebaran pada masa yang akan datang dapat diprediksi. Sementara itu, dengan teori kontrol optimal didefinisikan strategi-strategi untuk menekan penyebaran penyakit sehingga kemudian diperoleh strategi terbaik dalam menekan penyebaran penyakit (Darajat, 2016).

Pada penelitian ini dikonstruksi suatu model yang memodifikasi model penyebaran virus komputer dengan klasifikasi pengamanannya oleh Zhu dan Cen pada tahun 2017 serta menggunakan laju infeksi nonlinear yang lebih realistis yang digunakan pada model Gan tahun 2017. Komputer bebas virus diklasifikasikan menjadi dua, yaitu *Susceptible low security level* (S_l) sebagai subpopulasi komputer bebas virus yang memiliki pengamanan rendah dan *Susceptible high security* (S_h) sebagai subpopulasi komputer bebas virus yang memiliki pengamanan tinggi. Sementara itu, subpopulasi komputer terinfeksi (*Infected Computers*) dinotasikan dengan I . Beberapa asumsi dikenakan pada model sedemikian sehingga dapat sesuai dengan kondisi sebenarnya yaitu,

- (i). Komputer S_l dan S_h terkoneksi dengan internet dengan laju sebesar b_l dan b_h .
- (ii). Masing-masing komputer akan terputus koneksinya dengan internet dengan laju sebesar μ .
- (iii). Didefinisikan parameter α sebagai laju komputer *susceptible high security* (S_h) yang menjadi komputer *susceptible low security* (S_l) karena melemahnya program antivirus pada komputer tersebut.
- (iv). Akibat interaksi dengan komputer terinfeksi I , Komputer S_l dan komputer S_h akan terinfeksi dengan laju sebesar $\beta_l I$ dan $\beta_h I / f(I)$ dengan $f(I) = 1 + I$.
- (v). Diasumsikan bahwa pengguna melakukan pembersihan menggunakan program antivirus pada komputer yang terinfeksi, dengan demikian komputer terinfeksi I akan bersih dari virus dan berubah menjadi komputer S_l dan S_h dengan laju masing-masing sebesar $\gamma_l I$ dan $\gamma_h I$.
- (vi). Akibat penggunaan perangkat removable storage, komputer S_l akan terinfeksi dengan laju sebesar δ .

Asumsi-asumsi yang telah dibangun di atas selanjutnya disajikan dalam diagram kompartmen pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Komartment Model Model penyebaran virus komputer dengan klasifikasi pengamanan dan laju infeksi nonlinear adalah sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
 \dot{S}_l &= b_l + \gamma_l I - \beta_l I S_l + \alpha S_h - \delta S_l - \mu S_l \\
 \dot{S}_h &= b_h + \gamma_h I - \frac{\beta_h I}{1 + I} S_h - \alpha S_h - \mu S_h \\
 \dot{I} &= \beta_l I S_l + \frac{\beta_h I}{1 + I} S_h - \gamma_l I - \gamma_h I + \delta S_l - \mu I
 \end{aligned} \tag{1}$$

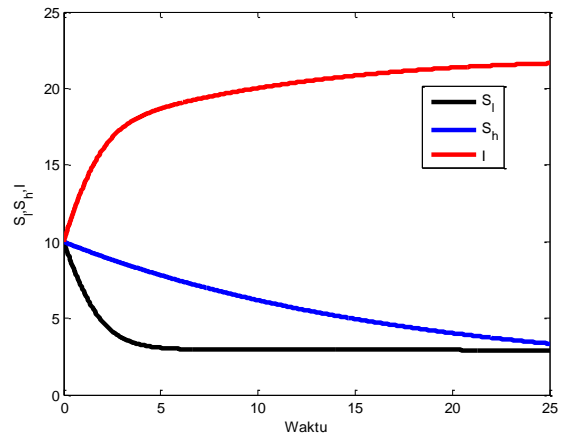
Diketahui bahwa sistem persamaan (1) tidak memiliki titik kesetimbangan bebas virus. Hal ini dapat diinterpretasi bahwa, pada masa

yang akan datang jumlah komputer terinfeksi semakin besar (Boyce, 2009). Simulasi sistem (1) dengan parameter merujuk pada Zhu tahun 2017 yang disajikan pada Tabel 1. adalah sebagai berikut,

Tabel 1. Nilai Parameter

b_l	0,0012
b_h	0,0018
β_l	0,05
β_h	0,05
γ_l	0,146
γ_h	0,003
α	0,005
δ	0,003
μ	0,003

Hasil Simulasi model dapat dilihat pada Gambar 2. Ditunjukkan bahwa jumlah komputer terinfeksi meningkat dari waktu-ke waktu. Sementara itu jumlah komputer S_l maupun S_h semakin menurun. Populasi awal $S_{l_0} = 10$, $S_h = 15$, $I = 5$ untuk $T = 25$ populasi akhir yang diperoleh adalah $S_{l_0} = 3$, $S_h = 4$, $I = 20$.



Gambar 2. Simulasi Model Penyebaran Virus Komputer dengan Klasifikasi Pengamanan

Oleh karenanya diusulkan beberapa strategi pengontrolan untuk menekan jumlah komputer terinfeksi. Strategi pengontrolan dengan menginstal antivirus pada komputer S_l dinotasikan dengan $u_1(t)$. Pengontrolan ini ditujukan untuk menambah perlindungan komputer S_l ketika berinteraksi dengan komputer terinfeksi maupun dengan perangkat removable storage. Strategi pengontrolan dengan menginstal antivirus pada komputer terinfeksi (I) dinotasikan dengan $u_2(t)$. Pengontrolan ini bertujuan untuk mengurangi jumlah penginfeksi. Dalam hal ini $u_1(t)$ dan $u_2(t)$ menyatakan nilai

yang dinormalisasi sedemikian hingga batas kontrol diberikan sebagai berikut,

$$U_{ad} = \{u_1(t), u_2(t) \in L^2: 0 \leq u_1(t) \leq 1, 0 \leq u_2(t) \leq 1, t \in [0, T]\} \quad (2)$$

Berdasarkan keterbatasan kemampuan suatu antivirus, pada model kontrol diasumsikan bahwa, laju komputer terinfeksi I yang menjadi komputer S_h pada waktu t adalah sebesar $\eta u_2(t)$ dan laju komputer terinfeksi yang menjadi komputer S_l adalah sebesar $(1 - \eta)u_2(t)$ dengan $\eta \in [0, 1]$. Model penyebaran Virus komputer dengan penambahan kontrol adalah sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \dot{S}_l &= b_l + \gamma_l I - (1 - u_1)(\beta_l I S_l + \delta S_l) \\ &\quad + \alpha S_h - \mu S_l + \eta u_2 I \\ \dot{S}_h &= b_h + \gamma_h I - \frac{\beta_h I}{1 + I} S_h - \alpha S_h - \mu S_h \\ &\quad + (1 - \eta) u_2 I \\ \dot{I} &= (1 - u_1)(\beta_l I S_l + \delta S_l) + \frac{\beta_h I}{1 + I} S_h \\ &\quad - \gamma_l I - \gamma_h I - \mu I - u_2 I \end{aligned} \quad (3)$$

2. METODE PENELITIAN

Pada masalah kontrol optimal, variabel yang termuat pada sistem persamaan diferensial disebut sebagai variabel-variabel *state*. Variabel-variabel *state* ini akan dikendalikan dengan diberi perlakuan berupa fungsi kontrol yang sesuai. Fungsi kontrol yang dimaksud dapat mempengaruhi perilaku *state* sedemikian sehingga dapat mengoptimalkan fungsional objektif yang berbentuk integral fungsi yang bergantung pada variabel *state* dan variabel kontrol. Teknik utama untuk menyelesaikan masalah kontrol optimal adalah menentukan syarat perlu yang memenuhi kondisi optimal dan *state*. Syarat perlu yang diusulkan oleh Pontryagin pada tahun 1950 disebut sebagai fungsi adjoint. Fungsi adjoint digunakan untuk menambahkan persamaan diferensial pada fungsional objektif. Fungsi adjoint secara sederhana dapat dibangkitkan oleh fungsi Hamilton (Lenhart, 2015).

Kondisi optimal sistem ditentukan menggunakan prinsip Pontryagin dan selanjutnya diselesaikan secara numerik menggunakan metode Sweep Maju-Mundur dikombinasikan dengan metode Rungge-Kutta orde 4. Dibentuk fungsional objektif pada periode waktu $[0, T]$ yang mendeskripsikan

tujuan pengontrolan yaitu meminimumkan jumlah komputer terinfeksi dan meminimumkan biaya total untuk menginstal antivirus pada komputer. Didefinisikan konstanta bobot seperti pada Tabel 2.

Tabel 2. Konstanta Bobot Fungsional Objektif.

Notasi	Keterangan
A_1	konstanta bobot yang berkaitan dengan jumlah komputer terinfeksi
A_2	konstanta bobot yang berkaitan dengan biaya pengontrolan $u_1(t)$.
A_3	konstanta bobot yang berkaitan dengan biaya pengontrolan $u_2(t)$.

Dengan demikian fungsional objektif yang akan diminimumkan adalah

$$J(u_1, u_2) = \int_0^T [A_1 I(t) + A_2 u_1^2(t) + A_3 u_2^2(t)] dt, \quad (4)$$

dengan kendala persamaan (2).

Variabel-variabel *state* pada masalah ini adalah $S_l(t)$, $S_h(t)$, dan $I(t)$. Didefinisikan variabel-variabel adjoint yang bersesuaian untuk variabel-variabel *state* adalah $\sigma_1(t)$, $\sigma_2(t)$, dan $\sigma_3(t)$. Selanjutnya, dapat dibentuk fungsi Hamilton sebagai berikut

$$\begin{aligned} H(S_l, S_h, I, u_1, u_2, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, t) &= \\ &A_1 I(t) + A_2 u_1^2(t) + A_3 u_2^2(t) \\ &+ \sum_{i=1}^3 \sigma_i(t) f_i(S_l, S_h, I, u_1, u_2), \end{aligned} \quad (5)$$

dengan kondisi batas transversal adalah

$$\sigma_i(T) = 0, \quad i = 1, 2. \quad (6)$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Penyelesaian Masalah Kontrol Optimal

Penyelesaian masalah kontrol optimal akan disajikan pada teorema berikut,

Teorema 1. Pada masalah kontrol optimal persamaan (4) dengan kendala sistem persamaan (3), terdapat kontrol optimal $u_1^*(t)$, dan $u_2^*(t)$ dan solusi *state* optimal $S_l^*(t)$, $S_h^*(t)$, $I^*(t)$ sedemikian sehingga nilai $J(u_1^*, u_2^*)$ minimum. Selain itu, terdapat variabel adjoint σ_1 , σ_2 , dan σ_3 yang memenuhi persamaan berikut,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_1}{\partial t} &= -\sigma_1(-(1-u_1)(\beta_l I + \delta) - \mu) \\
 &\quad - \sigma_3((1-u_1)(\beta_l I + \delta)) \\
 \frac{\partial \sigma_2}{\partial t} &= -\sigma_1(\alpha) - \sigma_2\left(-\frac{\beta_h I}{1+I} - \alpha - \mu\right) \\
 &\quad - \sigma_3\left(\frac{\beta_h I}{1+I}\right) \\
 \frac{\partial \sigma_3}{\partial t} &= -A_1 - \sigma_1(\gamma_l - (1-u_1)\beta_l S_l \\
 &\quad + \eta u_2) \\
 &\quad - \sigma_2\left(\gamma_h - \frac{\beta_h}{(1+I)^2} S_h\right. \\
 &\quad \left.+ (1-\eta)u_2\right) \\
 &\quad - \sigma_3\left(\left((1-u_1)\beta_l S_l\right.\right. \\
 &\quad \left.\left.+ \frac{\beta_h}{(1+I)^2} S_h - \gamma_l - \gamma_h\right.\right. \\
 &\quad \left.\left.- \mu - u_2\right)\right)
 \end{aligned} \tag{7}$$

dengan kondisi transversal pada persamaan (6).

Bukti. Sistem persamaan adjoint dan kondisi tranfersal ditentukan melalui fungsi Hamilton pada persamaan (4). Nilai negatif turunan fungsi Hamilton untuk masing-masing variabel state diperoleh yaitu memenuhi,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_1}{\partial t} &= -\frac{\partial H}{dS_l} = -\sigma_1(-(1-u_1)(\beta_l I + \delta) \\
 &\quad - \mu) \\
 &\quad - \sigma_3((1-u_1)(\beta_l I + \delta)) \\
 \frac{\partial \sigma_2}{\partial t} &= -\frac{\partial H}{dS_h} = -\sigma_1(\alpha) \\
 &\quad - \sigma_2\left(-\frac{\beta_h I}{1+I} - \alpha - \mu\right) \\
 &\quad - \sigma_3\left(\frac{\beta_h I}{1+I}\right) \\
 \frac{\partial \sigma_3}{\partial t} &= -\frac{\partial H}{dI} = -A_1 - \sigma_1(\gamma_l \\
 &\quad - (1-u_1)\beta_l S_l + \eta u_2) \\
 &\quad - \sigma_2\left(\gamma_h - \frac{\beta_h}{(1+I)^2} S_h\right. \\
 &\quad \left.+ (1-\eta)u_2\right) \\
 &\quad - \sigma_3\left(\left((1-u_1)\beta_l S_l\right.\right. \\
 &\quad \left.\left.+ \frac{\beta_h}{(1+I)^2} S_h - \gamma_l - \gamma_h\right.\right. \\
 &\quad \left.\left.- \mu - u_2\right)\right)
 \end{aligned} \tag{8}$$

Kondisi optimal diperoleh ketika fungsi Hamilton memenuhi kondisi stasioner, yaitu

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u_k^*}, \quad \forall u_k^*, k = 1, 2. \tag{9}$$

Berdasarkan kondisi stasioner pada persamaan (7), maka dapat ditentukan kondisi $u_1^*(t)$, $u_2^*(t)$, dan $u_3^*(t)$ agar diperoleh sistem optimal adalah sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
 0 &= 2A_2 u_1 + \sigma_1(\beta_l I S_l + \delta S_l) \\
 &\quad - \sigma_3(\beta_l I S_l + \delta S_l) \\
 0 &= 2A_3 u_2 + \sigma_1 \eta I + \sigma_2(1-\eta)I - \sigma_3 I
 \end{aligned} \tag{10}$$

Berdasarkan persamaan (9) dan (10), maka perhitungan nilai $u_1^*(t)$, $u_2^*(t)$, dan $u_3^*(t)$ dapat dilakukan dengan persamaan sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
 u_1^*(t) &= \min \left\{ \max \left(0, \frac{(\sigma_3 - \sigma_1)(\beta_l I S_l + \delta S_l)}{2A_2} \right), 1 \right\} \\
 u_2^*(t) &= \min \left\{ \max \left(0, \frac{(\sigma_3 - \sigma_1 \eta - \sigma_2(1-\eta))I}{2A_3} \right), 1 \right\}
 \end{aligned} \tag{11}$$

Misalkan S_l^* , S_h^* , I^* adalah kondisi state optimal, dan σ_1^* , σ_2^* , σ_3^* adalah kondisi variabel adjoint yang bersesuaian. Kondisi optimal diperoleh dengan menyelesaikan sistem yang telah disubstitusikan nilai $u_1^*(t)$ dan $u_2^*(t)$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_l^*}{dt} &= f_1(S_l^*, S_h^*, I^*, u_1^*, u_2^*), \\
 \frac{dS_h^*}{dt} &= f_2(S_l^*, S_h^*, I^*, u_1^*, u_2^*) \\
 \frac{dI^*}{dt} &= f_3(S_l^*, S_h^*, I^*, u_1^*, u_2^*) \\
 \frac{\partial \sigma_1^*}{\partial t} &= -\sigma_1(-(1-u_1)(\beta_l I + \delta) - \mu) \\
 &\quad - \sigma_3((1-u_1)(\beta_l I + \delta)) \\
 \frac{\partial \sigma_2^*}{\partial t} &= -\sigma_1(\alpha) - \sigma_2\left(-\frac{\beta_h I}{1+I} - \alpha - \mu\right) \\
 &\quad - \sigma_3\left(\frac{\beta_h I}{1+I}\right)
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_3^*}{\partial t} = & -A_1 - \sigma_1(\gamma_l - (1 - u_1)\beta_l S_l \\ & + \eta u_2) \\ & - \sigma_2 \left(\gamma_h - \frac{\beta_h}{(1 + I)^2} S_h \right. \\ & \left. + (1 - \eta)u_2 \right) \\ & - \sigma_3 \left((1 - u_1)\beta_l S_l \right. \\ & \left. + \frac{\beta_h}{(1 + I)^2} S_h - \gamma_l - \gamma_h \right. \\ & \left. - \mu - u_2 \right) \end{aligned}$$

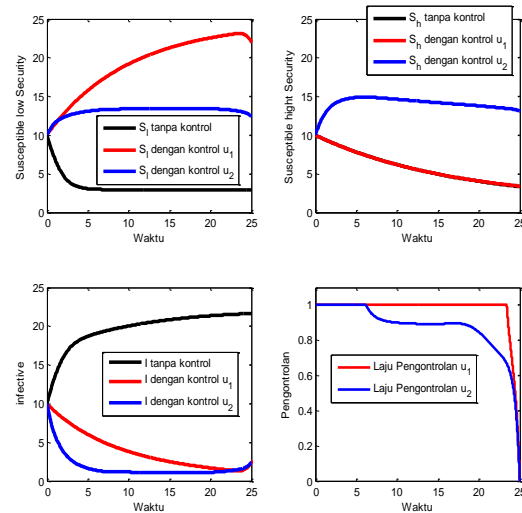
3.2 Simulasi Penyelesaian Secara Numerik

Sistem persamaan optimal (12) akan diselesaikan secara numerik menggunakan metode sweep maju mundur yang dikombinasikan dengan metode Runge-Kutta orde 4 (Lenhart, 2015). Parameter yang digunakan pada tabel 1 ditambahkan nilai $\eta = 0,6$. Simulasi dilakukan untuk membandingkan pengaruh pengontrolan u_1 , u_2 , dan keduanya terhadap sistem. Nilai awal yang digunakan adalah $(S_l, S_h, I) = (10, 10, 10)$.

Simulasi masing-masing upaya pengontrolan u_1 dan u_2 disajikan pada Gambar 3. Solusi numerik sistem tanpa kontrol (garis hitam) menunjukkan Jumlah komputer S_l dan S_h semakin berkurang sementara jumlah komputer terinfeksi I semakin bertambah. Solusi sistem tanpa kontrol konvergen ke nilai $(S_l^*, S_h^*, I^*) = (2.9, 3.3, 21.6)$. Pada saat diberikan strategi pengontrolan dengan menginstal antivirus pada komputer S_l yaitu u_1 saja (Garis Merah) jumlah komputer S_l meningkat secara signifikan akan tetapi jumlah komputer S_h tetap turun seiring bertambahnya jumlah komputer terinfeksi (I). Hasil simulasi sistem dengan kontrol u_1 konvergen ke nilai $(S_l^*, S_h^*, I^*) = (22.0, 3.4, 2.5)$.

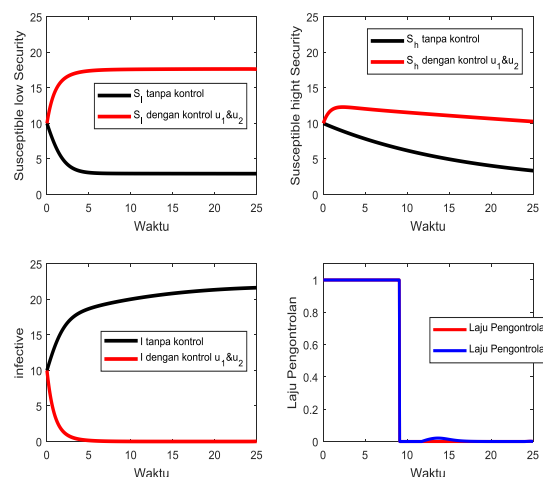
Ketika sistem diberikan strategi pengontrolan dengan menginstal antivirus pada komputer terinfeksi I (u_2) saja sistem konvergen ke titik $(S_l^*, S_h^*, I^*) = (12.5, 13.1, 2.3)$. Jumlah komputer S_l dan S_h bertambah meskipun kurang signifikan sementara komputer terinfeksi berkurang dengan cepat. Baik pengontrolan u_1 maupun u_2 dapat mengurangi jumlah komputer terinfeksi, namun jika digunakan pengontrolan u_1 saja kerusakan dan kerugian pada komputer S_h tidak dapat

dihindari. Sementara itu, jika digunakan pengontrolan u_2 saja jumlah komputer terinfeksi berkurang dengan lebih cepat sehingga kerugian dan kerusakan pada komputer S_h maupun S_l dapat dihindari.



Gambar 3. Simulasi pengaruh masing-masing pengontrolan u_1 (Garis Merah) dan u_2 (Garis Biru).

Simulasi selanjutnya digunakan kedua strategi kontrol yaitu u_1 dan u_2 . Solusi numerik sistem (10) dengan kedua strategi kontrol konvergen ke titik $(S_l^*, S_h^*, I^*) = (17.6, 10.3, 0)$ seperti disajikan pada Gambar 4. Solusi sistem menggambarkan kedua pengontrolan dilakukan dengan maksimum ($u_1 = u_2 = 1$) sehingga jumlah komputer terinfeksi cepat menuju nilai 0. Akibat dari kedua pengontrolan tersebut, jumlah komputer S_l meningkat secara signifikan, sementara jumlah komputer S_h cenderung tetap.



Gambar 4. Hasil simulasi pengaruh pengontrolan u_1 dan u_2 .

Berdasarkan hasil simulasi pada Gambar 3. Gambar 4. dapat diketahui bahwa pengontrolan dengan menginstal antivirus pada komputer I saja lebih efektif dalam menekan penyebaran virus komputer dibandingkan pengontrolan dengan menginstal antivirus pada komputer S_I saja. Dengan kata lain, menginstal antivirus pada komputer terinfeksi dapat meminimalisir subjek penginfeksi secara langsung sehingga penyebaran virus komputer dapat diatasi. Namun demikian, kombinasi kedua pengontrolan yakni penginstalan antivirus pada komputer S_I sebagai tindakan preventif pencegahan penyebaran virus komputer dan penginstalan antivirus pada komputer I untuk mengurangi subjek penginfeksi merupakan tindakan yang paling efektif untuk mengatasi penyebaran virus komputer.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa, strategi pengontrolan penyebaran virus komputer yang efektif adalah dengan menginstal antivirus pada subpopulasi komputer dengan pengamanan lemah juga pada subpopulasi komputer terinfeksi. Pengontrolan pada subpopulasi komputer dengan pengamanan lemah bertujuan untuk melindungi subpopulasi tersebut ketika berinteraksi dengan komputer terinfeksi maupun perangkat *removable storage*. Pengontrolan pada subpopulasi komputer terinfeksi bertujuan meminimalisir penginfeksi. Pengontrolan pada komputer terinfeksi ini memiliki pengaruh yang signifikan dalam menekan penyebaran virus komputer.

5. SARAN

Pada penelitian selanjutnya dapat dikonstruksi model penyebaran virus komputer lain yang lebih realistis dengan penambahan asumsi-asumsi lain. Strategi pengontrolan juga dapat diaplikasikan pada model penyebaran virus komputer lain karena telah terbukti efektif.

DAFTAR PUSTAKA

- Boyce, W.E dan R.C. DiPrima. 2009. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems Eight Edition*. USA: John Willey and Sons, Inc.
- Chen, L., Hattaf, K., dan Sun, J. 2015. Optimal control of a Delayed SLBS computer virus model. *Physica A*. 427 : 244-250.

- Darajat, P. P., Agus S., Agus W. 2016. Optimal Control On The Spread Of Slbs Computer Virus Model. *International journal of pure and Applied Mathematics*. 107:3.
- Gan, C., Maobin Y., Zufan Z., dan Wanping L. 2017. Global Dynamics and Optimal Control of a Viral Infection Model with Generic Nonlinear Infection Rate. *Discrete Dynamics in Nature and Society*. 7571017.
- Lenhart, S., dan Workman, J. T. 2015. *Optimal Control Applied to Biological Models*. Taylor & Francis Group. New York.
- Yang, L. X., dan Yang, X. 2014. A New Epidemic Model of Computer Viruses. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*. 19: 1935-1944.
- Yang, L. X., Yang, X., Zhu, Q., dan Wen, L. 2013. A Computer Virus Model With Graded Cure Rates. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*. 19: 1935-1944.
- Yang, X., dan Yang, L. X. 2012. Towards the epidemiological Modeling of Computer Virus. *Discrete Dynamics in Nature and Society*. 25967.
- Zhu, Q., dan Chen Cen. 2017. A Novel Computer Virus Propagation Model under Security Classification. *Discrete Dynamics in Nature and Society*. 8609082.