E-Jurnal Matematika Vol. 8(3), Agustus 2019, pp.246-252 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2019.v08.i03.p260

PERHITUNGAN PREMI ASURANSI *JOINT LIFE* DENGAN MODEL *VASICEK* DAN *CIR*

I Made Wahyu Wiguna[1§], Ketut Jayanegara[2], I Nyoman Widana[3]

[1]Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: madewahyuhap28@gmail.com]
[2]Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: ktjayanegara@unud.ac.id]
[3]Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: nwidana@unud.ac.id]
[§]*Corresponding Author*

ABSTRACT

Premium is a sum of money that must be paid by insurance participants to insurance company, based on insurance contract. Premium payment are affected by interest rates. The interest rates change according to stochastic process. The purpose of this work is to calculate the price of joint life insurance premiums with Vasicek and CIR models. The price of a joint life insurance premium with Vasicek and CIR models, at the age of the insured 35 and 30 years has increased until the last year of the contract. The price of a joint life insurance premium with Vasicek model is more expensive than the premium price using CIR model.

Keywords: *premium payments, interest rates, Vasicek and CIR.*

1. PENDAHULUAN

Secara konseptual asuransi merupakan pemindahan risiko dimana pihak tertanggung mengikatkan diri dalam bentuk kontrak polis kepada perusahaan asuransi Futami, (1993). Setiap peserta asuransi diwajibkan membayar premi kepada pihak perusahaan asuransi. Premi merupakan sejumlah uang yang wajib dibayarkan oleh peserta asuransi kepada perusahaan asuransi sesuai dengan kontrak yang telah disetujui.

Nilai premi bersih dipengaruhi oleh tingkat mortalitas dan tingkat suku bunga. Terdapat dua jenis suku bunga yaitu, suku bunga tetap dan suku bunga berubah secara tidak menentu (stokastik). Model tingkat suku bunga stokastik diantaranya menggunakan model *Vasicek* dan *Cok Ingersol Ros* (*CIR*).

Penelitian ini bertujuan menghitung nilai premi asuransi jiwa *joint life* dengan model *Vasicek* dan *CIR*. Peserta yang mengikuti asuransi yaitu dua orang berusia x dan y tahun dengan lama kontrak selama 10 tahun dan uang pertanggungan Rp. 100.000.000,00.

Menurut Futami (1993), tabel mortalitas merupakan tabel observasi mengenai peluang tingkat kematian berdasarkan kelompok umur. Fungsi-fungsi utama dalam tabel mortalitas adalah:

$$l_{x+1} = l_x - d_x$$
$$q_x = \frac{d_x}{l_x}$$
$$p_x = 1 - q_x$$

dengan l_x merupakan banyaknya individu yang berhasil mencapai usia tepat x tahun, d_x merupakan banyaknya individu yang meninggal antara umur x tahun sampai $x+1$ tahun, q_x merupakan peluang individu berumur x meninggal dalam kurun waktu 1 tahun, dan p_x merupakan peluang individu berumur x mencapai umur $x+1$ tahun.

Fungsi gabungan yang menyatakan banyaknya orang berusia x tahun yang masih hidup dikalikan dengan banyaknya orang berumur y tahun yang masih hidup dinotasikan dengan l_{xy}. Peluang orang berusia x tahun dan y tahun akan tetap hidup selama 1 tahun dinotasikan dengan p_{xy}. Peluang orang berusia x tahun dan y tahun akan tetap hidup selama t tahun dinotasikan dengan ${}_tp_{xy}$ dan dirumuskan sebagai berikut:

$$l_{xy} = l_x l_y$$
$$p_{xy} = p_x p_y = \frac{l_{x+1}}{l_x}\frac{l_{y+1}}{l_y} = \frac{l_{xy+1}}{l_{xy}}$$
$${}_tp_{xy} = {}_tp_x \ {}_tp_y = \frac{l_{x+t}}{l_x}\frac{l_{y+t}}{l_y} = \frac{l_{xy+t}}{l_{xy}}$$

Peluang salah satu diantara x dan y meninggal dalam jangka waktu 1 tahun dinotasikan dengan q_{xy} dan dirumuskan sebagai berikut:

$$q_{xy} = 1 - p_{xy} = \frac{l_{xy} - l_{xy+1}}{l_{xy}}$$

Model *Vasicek* merupakan suatu model suku bunga stokastik yang mempunyai ciri khusus yaitu tingkat suku bunga akan cenderung kembali ke tingkat suku bunga rata-rata setelah mengalami penurunan atau peningkatan yang didefinisikan sebagai (Zeytun, 2007):

$$dr(t) = \kappa[\theta - r(t)]dt + \sigma dW(t), \quad (1)$$
$$r(0) = r_0$$

Dengan menggunakan persamaan differensial parsial diperoleh solusi dari persamaan (1) adalah:

$$r(t) = r_o e^{-kt} + \theta\left(1 - e^{-kt}\right) + \sigma \int_o^t e^{-k(t-u)}\, dW(u) \quad (2)$$

Dari persamaan (2) di tentukan ekspektasi dan variansi yaitu (Bayazit, 2004)

$$\mathrm{E}\big(\mathrm{r}(\mathrm{t})\big) = \mathrm{r_o e^{-kt}} + \theta\left(1 - \mathrm{e^{-kt}}\right)$$
$$\mathrm{Var}(\mathrm{r}(\mathrm{t})) = \frac{\sigma^2}{2\mathrm{k}}\left(1 - \mathrm{e^{-2kt}}\right) \quad (3)$$

Misalkan $P_1(t)$ menyatakan ekspektasi dari nilai tunai pembayaran sebesar 1 unit pada saat t untuk tingkat suku bunga yang mengikuti model *Vasicek* Hull, (2003).

$$P_1(t) = \exp\left((B(t) - t)\left(\theta - \frac{\sigma^2}{2k^2}\right) - \frac{\sigma^2 B(t)^2}{4k} - r(0)B(t)\right) \quad (4)$$

dengan $(t) = \frac{1-\exp(-kt)}{k}; B(t)$. Nilai awal pada tahap estimasi parameter didapatkan dari metode OLS(*Ordinary Least Square)*. Metode OLS adalah metode estimasi dalam ilmu statistika yang meminimalkan jumlahan kuadrat dari eror. Persamaan (4) diubah menjadi bentuk

$$r_{t+1} - r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma\varepsilon_t \quad (5)$$

dengan $\varepsilon_t \sim N\,(0{,}1)$. Untuk menggunakan OLS, persamaan (5) ditranformasi ke bentuk:

$$r_{t+1} - r_t = k\theta\Delta t - kr_t\Delta t + \sigma\varepsilon_t \quad (6)$$

dengan meminimalkan jumlahnya kuadrat dari bagian eror$\sum_{t=1}^{n-1}(\sigma\varepsilon_t)^2$ terhadap $\widehat{K}$ dan θ akan mendapatkan estimator untuk $\widehat{K}\ dan\ \widehat{\theta}$ sebagai berikut:

$$\widehat{K} = \frac{n^2-2n+1+U_2U_3-U_1U_3-(n-1)U_4}{(n^2-2n+1-U_3)\Delta t} \quad (7)$$

$$\hat{\theta} = \frac{(n-1)U_2-U_4U_1}{(n^2-2n+1+U_2U_3-U_1U_3-(n-1)U_4)} \quad (8)$$

dengan $U_1 = \sum_{t=1}^{n-1} rt$, $U_2 = \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1}$, $U_3 = \sum_{t=1}^{n-1}\frac{1}{r_t}$, dan $U_4 = \sum_{t=1}^{n-1}\frac{r_{t+1}}{r_t}$

Dan estimator untuk σ adalah Mariana dkk, (2015):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{(r_{t+1}-r_t}{\sqrt{r_t}} - \frac{\hat{\theta}}{\sqrt{r_t}} + \check{K}\sqrt{r_t}\right)} \quad (9)$$

Model *CIR* menjamin tingkat suku bunga bernilai positif dan memiliki sifat *mean reversion* atau mempunyai kecendrungan kembali menuju rata – rata. Bentuk dari model *CIR* adalah. Cox & Ross, (1985)

$$dr(t) = k(\theta - r(t))dt + \sigma\sqrt{r(t)}dW(t) \quad (10)$$

Dengan menggunakan formula itu didapatkan penyelesaian model *CIR* sebagai berikut:

$$r(t+1) = \theta\left(1 - e^{k\Delta t}\right) + e^{-k\Delta t}r(t) + \in (t+1) \quad (11)$$

dengan

$$\epsilon(t+1) = \int_t^{t+1} \sigma e^{-k(t+1-u)} \times \sqrt{r(u)}dW(u)$$

Setelah mendapatkan penyelesaian dari model *CIR*, selanjutnya dicari rata–rata dan varians. Dengan menghitung rata–rata model *CIR*, bisa dibuktikan sifat *mean reversion* dari model *CIR*. Rata–rata bisa didapat dengan menghitung ekspektasinya

$$E[r(t)] = e^{-kt}r(0) + \theta\left(1 - e^{-kt}\right) \quad (12)$$

Selanjutnya akan dihitung varians dari model *CIR*. Dengan terlebih dahulu menghitung $E[r^2(t)]$ dan $(E[r(t)])^2$ maka bisa dihitung varians dari suku bunga model *CIR*.

$$Var(r(t)) = E[r^2(t)] - (E[r(t)])^2 = r(0)\left(\frac{\sigma^2}{k}\right)\left(e^{-kt} - e^{-2kt}\right) + \theta\left(\frac{\sigma^2}{2k}\right)(1 - e^{-kt})^2 \quad (13)$$

Sudah didapatkan penyelesaikan *mean* dan varians dari model *CIR*. misal $p_2(t)$ menyatakan ekspetasi dari nilai tunai pembayaran sebesar 1 unit pada saat t untuk tingkat suku bunga yang mengikuti model *CIR* Hull, (2003).

$$p_2(t) = \left(\frac{2d\ exp\left(\frac{k+d}{2}t\right)}{\exp(td)(k+d)+d-k}\right)^{\frac{2k\theta}{\sigma^2}}$$

$$\times\, exp\left(-\frac{2r(0)(\exp(td)-1)}{\exp(td)(k+d)+d-k}\right) \quad (14)$$

Nilai awal pada tahap estimasi parameter didapatkan dari metode OLS(*Ordinary least square)* persamaan (14) diubah menjadi bentuk:

$$r_{t+1}-r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma\sqrt{r_t}\varepsilon_t \quad (15)$$

dengan $\varepsilon_t \sim N(0,1)$. Untuk menggunakan OLS, persamaan (15) ditransformasi ke bentuk:

$$\frac{(r_{t+1}-r_t)}{\sqrt{r_t}} = \frac{k\theta\Delta t}{\sqrt{r_t}} - k\sqrt{r_t}\Delta t + \sigma\varepsilon_t \quad (16)$$

Nilai tunai manfaat model *Vasicek* dan model *CIR* dihitung menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$A^1_{xy:n} = \sum_{k=0}^{n-1} P(k+1)\left({}_kp_{xy} - {}_{k+1}p_{xy}\right) \quad (17)$$

Nilai tunai anuitas model *Vasicek* dan model *CIR* dihitung menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{xy:n} = \sum_{k=0}^{n-1} P(k)\, {}_kp_{xy} \quad (18)$$

Perhitungan nilai Premi Asuransi *Joint Life* dengan Model *Vasicek* dan *CIR* dihitung menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$P = \frac{A^1_{xy:n}}{\ddot{a}_{xy:n}} \quad (19)$$

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menentukan nilai premi asuransi jiwa *joint life* menggunakan tingkat suku bunga *Vasicek* dan *CIR.* Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Menentukan estimasi parameter untuk suku bunga *Vasicek* dan *CIR*
2. Menghitung suku bunga *Vasicek* dan *CIR.*
3. Membuat nilai tabel mortalitas *joint life* menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia 2011.
4. Menghitung nilai premi *Vasicek* dan *CIR* pada asuransi *joint life.*
5. Menginterpretasikan hasil.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Estimasi Paramater Suku Bunga *Vasicek* dan *CIR*

Estimasi parameter suku bunga *Vasicek* dan *CIR* dicari menggunakan data suku bunga bulanan Bank Indonesia pada periode Juni 2013 − Juli 2016 seperti terlampir (Lampiran 1). Sebelum mencari nilai *kappa*, *teta*, dan *zigma*, terlebih dahulu mencari $\sum_{t=1}^{39} r_t$, $\sum_{t=1}^{39}\frac{1}{r_t}$, $\sum_{t=1}^{39}\frac{r_{t+1}}{r_t}$, dan $\sum_{t=1}^{39} r_t + 1$ sebagai berikut:

$$\sum_{t=1}^{39} r_t = r_1 + r_2 + \ldots + r_{39}$$
$$= 0{,}06 + 0{,}065 + \ldots + 0{,}0675$$
$$= 2{,}85$$

$$\sum_{t=1}^{39}\frac{1}{r_t} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \cdots + \frac{1}{r_{39}}$$
$$= \frac{1}{0{,}06} + \frac{1}{0{,}065} + \ldots + \frac{1}{0{,}0675}$$
$$= 16{,}66 + 15{,}38 + \cdots + 14{,}81$$
$$= 535{,}3556$$

$$\sum_{t=1}^{39}\frac{r_{t+1}}{r_t} = \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_3}{r_2} + \cdots + \frac{r_{40}}{r_{39}}$$
$$= \frac{0{,}065}{0{,}06} + \frac{0{,}065}{0{,}065} + \cdots + \frac{0{,}065}{0{,}075}$$
$$= 1{,}08 + 1 + \cdots + 0{,}96$$
$$= 39{,}09096$$

$$\sum_{t=1}^{39} r_{t+1} = r_2 + r_3 + \ldots + r_{40}$$
$$= 0{,}065 + 0{,}065 + \cdots + 0{,}065$$
$$= 2{,}855$$

Setelah memperoleh nilai tersebut, nilai *kappa*, *teta*, dan *sigma* dapat dihitung sebagai berikut:

$$\hat{K} = (40^2 - 2\,.\,40 + 1 + 2{,}855\,.\,535{,}3556 - 2{,}85\,.\,535{,}3556 - 39\,.\,39{,}09096) \times \frac{1}{(40^2 + 2\,.\,40 + 1 - 535{,}3556).\frac{1}{2}}$$
$$= 2{,}193516$$

$$\hat{\theta} = \frac{-0{,}06424}{-0{,}87066}$$
$$= 0{,}073778$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{38}(0{,}0658 + \cdots + 0{,}078212)}$$
$$= 0{,}325004$$

3.2 Menghitung Suku Bunga *Vasicek* dan *CIR*

Setelah memperoleh estimasi parameter dari suku bunga *vasicek* dan *CIR*, dilanjutkan dengan menghitung suku bunga *vasicek* dan *CIR* dengan menggunakan parameter yang sudah diperoleh sebelumnya, yaitu sebagai berikut:

$$r(t) = r_o e^{-kt} + \theta\left(1 - e^{-kt}\right)$$

$$+\sigma\int_{o}^{t} e^{-k(t-u)}\, dW\,(u)$$

$$r(1) = 0{,}065\,.\,e^{-2{,}193516\,.1}$$
$$+0{,}073778\,(1 - e^{-2{,}193516\,.1})$$
$$+0{,}325004\int_{0}^{1} e^{-2{,}193516\,.\,(1-u)} dW\,(u)$$

$$r(1) = 0{,}062863308$$

Selanjutnya, menghitung suku bunga *CIR* yaitu sebagai berikut:

$$r(t+1) = e^{-k\Delta t} r(t) + \theta\left(1 - e^{-k\Delta t}\right) + \int_{t}^{t+1} \sigma e^{k(t+1-u)} \sqrt{r(u)}\, dW(u)$$

$$r\,(1) = e^{-2{,}193516\,.1}\,.\,0{,}065$$
$$+0{,}073778\,(\,1 - e^{-2{,}193516\,.1})$$
$$+\int_{0}^{1} (0{,}325004\,.\,e^{-2{,}193516\,(1-u)}$$
$$\times \sqrt{r(u)}\, dW(u)$$
$$= 0{,}06506093$$

hasil perhitungan disajikan pada tabel 1.

Tabel 1. Suku Bunga *Vasicek* dan *CIR*.

$r(t)$	**Bunga Vasicek**	**Bunga CIR**
1	0,062863308	0,06506093
2	0,075257336	0,073618098
3	0,076510695	0,074480968
4	0,064237383	0,071161118
5	0,068317996	0,072334078
6	0,070364989	0,072825063
7	0,070046763	0,07276794
8	0,074409478	0,074049469
9	0,072299374	0,073332396
10	0,075538539	0,074215606

(Sumber Data Diolah 2019)

3.3 Tabel Perhitungan

Tabel 2. Perhitungan *Single Life* usia $x = 35\ sd\ 44$ dan $y = 30\ sd\ 39$ tahun

x	q_x	p_x	l_x	y	q_y	p_y	l_y
35	0,00091	0,99909	97389,85	30	0,00054	0,99946	98681,91
36	0,00099	0,99901	97301,22	31	0,00057	0,99943	98628,62
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
44	0,00279	0,99721	95897,39	39	0,00114	0,99886	97974,66

(Sumber: Biro Pusat Aktuaria)

Untuk mendapat nilai pada baris pertama p_x dan p_y, didapatkan dengan menggunakan persamaan p_{35} = 1 - q_{35} dan p_{30} = 1 - q_{30}, sehingga diperoleh nilai,

$p_x = 1 - 0{,}99909 = 0{,}00091$. dan
$p_y = 1 - 0{,}99946 = 0{,}00054$,

Selanjutnya dilanjutkan dengan membuat nilai tabel mortalitas *joint life.*

Tabel 3. Tabel Mortalitas *Joint Life* usia $x = 35\ sd\ 44$ dan $y = 30\ sd\ 39$ tahun

(x, y)	$p_{x,y}$	$q_{x,y}$
(35,30)	0,99855	0,00145
(36,31)	0,998441	0,001559
(37,32)	0,998311	0,001689
(38,33)	0,998181	0,001819
(39,34)	0,998011	0,001989
.		
.		
.		
(44,39)	0,996073	0,003927

(Sumber Data Diolah 2019)

Untuk mendapatkan nilai pada baris pertama yaitu,

$p_{35,30} = 0{,}99909\,.\,0{,}99946 = 0{,}99855$
$q_{35,30} = 1 - p_{30,35} = 0{,}00145$

Setelah melengkapi perhitungan tabel mortalitas *joint life*, dilakukan perhitungan premi asuransi *joint life* dengan tingkat suku bunga mengikuti model *Vasicek* dan *CIR.*

3.4 Nilai Tunai Manfaat Model *Vasicek* dan *CIR*

Nilai tunai manfaat model *vasicek* dihitung sebagai berikut:

$$A^{1}_{xy:n} = \sum_{k=0}^{n-1} P_{vas}(k+1)\left({}_{k}p_{xy} - {}_{k+1}p_{xy}\right)$$

$$A^{1}_{35,30:10} = P_{vas}(1)\left({}_{0}p_{35,30} - {}_{1}p_{35,30}\right) + P_{vas}(2)\left({}_{1}p_{35,30} - {}_{2}p_{35,30}\right) + \cdots + P_{vas}(10)\left({}_{9}p_{35,30} - {}_{10}p_{35,30}\right)$$

$$= 0{,}93725323(1 - 0{,}99855049) + 0{,}87979054(0{,}99855049 - 0{,}996993316 + \cdots + 0{,}53230018(0{,}98104953 - 0{,}977618367)$$
$$= 0{,}015271731$$

Nilai tunai manfaat model *CIR* sebagai berikut:

$$A^{1}_{xy:n} = \sum_{k=0}^{n-1} P_{cir}(k+1)\left({}_{k}p_{xy} - {}_{k+1}p_{xy}\right)$$

$$A^{1}_{35,30:10} = P_{cir}(1)\left({}_{0}p_{35,30} - {}_{1}p_{35,30}\right) + P_{cir}(2)\left({}_{1}p_{35,30} - {}_{2}p_{35,30}\right) + \cdots + P_{cir}(10)\left({}_{9}p_{35,30} - {}_{10}p_{35,30}\right)$$

$$= 0{,}932454057(1 - 0{,}998550491) + 0{,}867092258 - 0{,}996993316) + \cdots + 0{,}483618378(0{,}98104953 - 0{,}977618367)$$

E-Jurnal Matematika Vol. 8(3), Agustus 2019, pp.246-252 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2019.v08.i03.p260

$$= 0{,}014488325$$

Untuk hasil perhitungan yang lebih lengkap disajikan pada tabel 4.

Tabel 4. Nilai Tunai Manfaat Model *Vasicek* dan *CIR*

x,y	$A\ vasicek\ {}^{1}_{xy:10}$	$A\ CIR\ {}^{1}_{xy:10}$
35,30	0.015271731	0.014488325
36,31	0.016883679	0.016010654
37,32	0.018754476	0.017777989
38,33	0.020926401	0.019830172
39,34	0.023458183	0.022224411
40,35	0.026362271	0.024972937
41,36	0.029677036	0.028111729
42,37	0.033413809	0.031648927
43,38	0.037631351	0.035641468
44,39	0.042369949	0.040131303

(Sumber Data Diolah 2019)

3.5 Nilai Tunai Anuitas Model *Vasicek* dan *CIR*

Nilai tunai anuitas model *vasicek* dihitung sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{xy:n} = \sum_{k=0}^{n-1} P_{vas}(k)\ {}_{k}p_{xy}$$

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{35,30:10} &= P_{vas}(0)\ {}_{0}p_{35,30} + P_{vas}(1)\ {}_{1}p_{35,30} + \cdots + P_{vas}(9)\ {}_{9}p_{35,30} \\ &= 1 \times 1 + 0{,}93725323 \times 0{,}998550491 + \cdots + 0{,}5668016 \times 0{,}98104953 \\ &= 7{,}589956343\end{aligned}$$

Selanjutnya dihitung nilai tunai anuitas model *CIR* sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{xy:n} = \sum_{k=0}^{n-1} P(k)\ {}_{k}p_{xy}$$

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{35,30:10} &= P_{cir}(0)\ {}_{0}p_{35,30} + P_{cir}(1)\ {}_{1}p_{35,30} + \cdots + P_{cir}(9)\ {}_{9}p_{35,30} \\ &= 1 \times 1 + 0{,}932454057 \times 0{,}998550491 + \cdots + 0{,}520235652 \times 0{,}98104953 \\ &= 7{,}328968194\end{aligned}$$

Untuk hasil perhitungan yang lebih lengkap disajikan pada tabel 5.

Tabel 5. Nilai Tunai Anuitas Model *Vasicek* dan *CIR*

x,y	$\ddot{a}\ Vasicek\ {}_{x,y:10}$	$\ddot{a}\ CIR\ {}_{x,y:10}$
35,30	7.589956343	7.328968194
36,31	7.584685159	7.324004023
37,32	7.578521414	7.31819869
38,33	7.571337682	7.311431927
39,34	7.56280898	7.303393255
40,35	7.552848908	7.294001673
41,36	7.541355564	7.283160921
42,37	7.5284848	7.271024655
43,38	7.513924723	7.25729747
44,39	7.49722236	7,26044119

(Sumber Data Diolah 2019)

3.6 Perhitungan Premi Asuransi *Joint Life* dengan Model *Vasicek* dan *CIR.*

Perhitungan nilai premi asuransi *joint life* model *vasicek* dan *CIR* dengan uang pertanggungan $Rp.\,100.000.000{,}00$ dihitung menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}P_{vas} &= \frac{A^{1}_{xy:n}}{\ddot{a}_{xy:n}}.\,100000000 \\ &= \frac{A^{1}_{35,30:10}}{\ddot{a}_{35,30:10}}.\,100000000 \\ &= \frac{0.014488325}{7.589956343}.\,100000000 \\ &= \text{Rp.}\,201.210{,}00\end{aligned}$$

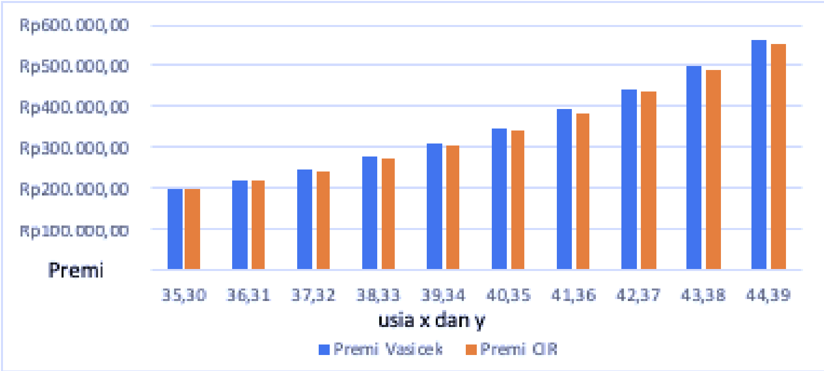
$$\begin{aligned}P_{cir} &= \frac{A^{1}_{xy:n}}{\ddot{a}_{xy:n}}.\,100000000 \\ &= \frac{A^{1}_{35,30:10}}{\ddot{a}_{35,30:10}}.100000000 \\ &= \frac{0.014488325}{7.328968194}.\ 100000000 \\ &= \text{Rp.}\,197.686{,}00\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh hasil perhitungannya disajikan pada tabel 6.

Tabel 6. Premi Asuransi *Joint Life* dengan Model *Vasicek* dan *CIR.*

x,y	Premi Vasicek	Premi CIR
35,30	Rp 201.209,00	Rp 197.685,00
36,31	Rp 222.602,00	Rp 218.605,00
37,32	Rp 247.468,00	Rp 242.928,00
38,33	Rp 276.389,00	Rp 271.221,00
39,34	Rp 310.178,00	Rp 304.302,00
40,35	Rp 349.037,00	Rp 342.376,00
41,36	Rp 393.523,00	Rp 385.982,00
42,37	Rp 443.831,00	Rp 435.274,00
43,38	Rp 500.821,00	Rp 491.112,00
44,39	Rp 565.142,00	Rp 554.181,00

(Sumber Data Diolah 2019)



Gambar 1. Perbandingan nilai premi *Vasicek* dan *CIR*.

Untuk melihat lebih jelas hasil pada tabel 6, disajikan dalam bentuk grafik pada gambar 1. Gambar 1 menunjukan bahwa nilai premi asuransi jiwa *joint life* dengan usia tertanggung 35 tahun dan 30 tahun dengan lamanya kontrak 10 tahun menggunakan model *Vasicek* dan *CIR* mengalami peningkatan hingga akhir tahun kontrak, dan diketahui bahwa model *Vasicek* lebih mahal dari *CIR*.

4. SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan kontrak dalam penelitian ini, nilai premi asuransi jiwa *joint life* dengan usia tertanggung $x = 35$ dan $y = 30$ tahun dengan lamanya kontrak 10 tahun dengan uang pertanggungan Rp.100.000.000,00, menggunakan model *Vasicek* adalah Rp. 201.210,00 sedangkan dengan model *CIR* adalah sebesar Rp.197.686,00. Nilai premi asuransi jiwa *joint life* dengan menggunakan model *Vasicek relatif* lebih mahal dibandingkan dengan harga premi asuransi jiwa *joint life* dengan menggunakan model *CIR*.

Disarankan untuk penelitian selanjutnya dapat menghitung nilai premi produk asuransi dengan model tingkat suku bunga yang berbeda dan juga diharapkan dapat memperhitungkan faktor biayanya dalam menghitung premi.

DAFTAR PUSTAKA

Bayazit, D. 2004. Yield Curve Estimation and Prediction with *Vasicek* Model. The Midldle East Technical University, Ankara.

Cox J. C., Ingersoll J. E., and Ross S. A. 1985. “A Theory of The Term Structure of Interest Rates”. *Econometrica* Vol. 53, Issue 2, pp.385-408.

Futami, T. (1993). *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian I*. Tokyo: Oriental Life Insurance Cultural Development Center.

Hull, J.C. 2003. Option, Future, and Other Derivatives. USA: Prentice Hall.

Mariana, E., Erna, A., & Sentot, D, S. 2015. “Estimasi Parameter pada Model Suku Bunga Cox Ingersoll Ross (CIR) Menggunakan Kalman Filter untuk Menentukan Harga Zero Coupon Bond”. *Jurnal Sains dan Seni, ITS*.Surabaya: FIMPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Zeytun, S., 2007. *A Comparative Study of the Vasicek and the CIR Model of the Short Rate*. Germany: Fraunhofer: Institut fur Techno- und Wirtschaftsmathematik.

E-Jurnal Matematika Vol. 8(3), Agustus 2019, pp.246-252 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2019.v08.i03.p260

Lampiran 1. Estimasi Parameter Suku Bunga Bank Indonesia

Tanggal	Bunga	Bunga (r_t)	t	$r_{(t+1)}$	$1/r_t$	$r_{(t+1)}/r_t$	(($r_{(t+1)}$-r_t)/sqrt(r_t) - teta/sqrt(r_t) + K*sqrt(r_t))^2
13-Jun-13	6,00%	0,06	1	0,065	16,666667	1,083333	0,065799097
11-Jul-13	6,50%	0,065	2	0,065	15,384615	1	0,072822709
15-Agu-13	6,50%	0,065	3	0,07	15,384615	1,076923	0,08379198
29-Agu-13	7,00%	0,07	4	0,0725	14,285714	1,035714	0,096685686
12-Sep-13	7,25%	0,0725	5	0,0725	13,793103	1	0,100246084
08-Okt-13	7,25%	0,0725	6	0,075	13,793103	1,034483	0,106211714
12-Nov-13	7,50%	0,075	7	0,075	13,333333	1	0,10977223
12-Des-13	7,50%	0,075	8	0,075	13,333333	1	0,10977223
09-Jan-14	7,50%	0,075	9	0,075	13,333333	1	0,10977223
13-Feb-14	7,50%	0,075	10	0,075	13,333333	1	0,10977223
13-Mar-14	7,50%	0,075	11	0,075	13,333333	1	0,10977223
08-Apr-14	7,50%	0,075	12	0,075	13,333333	1	0,10977223
08-Mei-14	7,50%	0,075	13	0,075	13,333333	1	0,10977223
12-Jun-14	7,50%	0,075	14	0,075	13,333333	1	0,10977223
10-Jul-14	7,50%	0,075	15	0,075	13,333333	1	0,10977223
14-Agu-14	7,50%	0,075	16	0,075	13,333333	1	0,10977223
11-Sep-14	7,50%	0,075	17	0,075	13,333333	1	0,10977223
07-Okt-14	7,50%	0,075	18	0,075	13,333333	1	0,10977223
13-Nov-14	7,50%	0,075	19	0,0775	13,333333	1,033333	0,115904591
18-Nov-14	7,75%	0,0775	20	0,0775	12,903226	1	0,119459836
11-Des-14	7,75%	0,0775	21	0,0775	12,903226	1	0,119459836
15-Jan-15	7,75%	0,0775	22	0,075	12,903226	0,967742	0,11333279
17-Feb-15	7,50%	0,075	23	0,075	13,333333	1	0,10977223
17-Mar-15	7,50%	0,075	24	0,075	13,333333	1	0,10977223
14-Apr-15	7,50%	0,075	25	0,075	13,333333	1	0,10977223
19-Mei-15	7,50%	0,075	26	0,075	13,333333	1	0,10977223
18-Jun-15	7,50%	0,075	27	0,075	13,333333	1	0,10977223
14-Jul-15	7,50%	0,075	28	0,075	13,333333	1	0,10977223
18-Agu-15	7,50%	0,075	29	0,075	13,333333	1	0,10977223
17-Sep-15	7,50%	0,075	30	0,075	13,333333	1	0,10977223
15-Okt-15	7,50%	0,075	31	0,075	13,333333	1	0,10977223
17-Nov-15	7,50%	0,075	32	0,075	13,333333	1	0,10977223
17-Des-15	7,50%	0,075	33	0,0725	13,333333	0,966667	0,103806535
14-Jan-16	7,25%	0,0725	34	0,07	13,793103	0,965517	0,094452868
18-Feb-16	7,00%	0,07	35	0,0675	14,285714	0,964286	0,08529028
17-Mar-16	6,75%	0,0675	36	0,0675	14,814815	1	0,081749933
21-Apr-16	6,75%	0,0675	37	0,0675	14,814815	1	0,081749933
19-Mei-16	6,75%	0,0675	38	0,0675	14,814815	1	0,081749933
16-Jun-16	6,75%	0,0675	39	0,065	14,814815	0,962963	0,076340004
21-Jul-16	6,50%	0,065	40	0	15,384615	0	0,000222185