E-Jurnal Matematika Vol. 8(2), Mei 2019, pp.122-131 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2019.v08.i02.p243

POLICY VALUES ASURANSI *JOINT LIFE* SUAMI ISTRI DENGAN METODE *PROSPEKTIF*

I Wayan Sandy Bayu Nugraha[1§], Ketut Jayanegara [2], I Nyoman Widana[3]

[1]Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: sandybayu73@yahoo.com]
[2]Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: ktjayanegara@unud.ac.id]
[3]Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: widana@unud.ac.id]
[§]*Corresponding Author*

ABSTRACT

Policy values are funds be held by insurance company that will be used for unexpected claims from insurance participants. The purpose of this work is to calculate constant annual premiums with and without pure endowment on joint life couple insurance, then determine and calculate formula policy values with prospective method. The policy values in joint life couple insurance, are affected by premium payments. Policy values benefit at the end of the 1st year until the end of the 11th year will increase, because the money received by insurance company from premium payments is more than the sum insured to be paid. Policy values benefit at the end of the 11th year until the end of the 66th year will decrease because there are no more premium payments.

Keywords: *policy values, premium payments, prospective method*

1. PENDAHULUAN

Secara konseptual asuransi merupakan pemindahan risiko dimana pihak tertanggung mengikatkan diri dalam bentuk kontrak polis kepada pihak perusahaan asuransi. Pihak tertanggung wajib membayarkan premi kepada pihak perusahaan, sedangkan pihak perusahaan asuransi wajib memberikan uang pertanggungan jika pihak tertanggung mengalami musibah yang timbul dari suatu peristiwa yang tidak dapat diprediksi di masa depan (Futami, 1993).

Setiap peserta asuransi diwajibkan membayar premi kepada pihak perusahaan asuransi. Premi merupakan sejumlah uang yang harus dibayarkan oleh peserta asuransi kepada perusahaan asuransi sesuai dengan kontrak yang telah disetujui. Pada awal kontrak asuransi, pembayaran klaim yang oleh perusahaan asuransi kepada peserta asuransi jumlahnya lebih sedikit dibandingkan dengan pembayaran premi yang diperoleh. Sehingga, pendapatan perusahaan asuransi harus disimpan sebagai *policy values*.

Menurut Destriani & Mara (2014), perusahaan jasa asuransi tidak sedikit yang mengalami kerugian karena tidak mampu membayar klaim kepada peserta asuransi. Hal ini disebabkan ketika jumlah klaim yang harus dibayarkan melebihi jumlah klaim yang diprediksi sebelumnya. Keadaan seperti ini dapat diantisipasi jika perusahaan jasa asuransi memiliki dana *policy values* yang telah diperhitungkan dengan tepat.

Policy values merupakan sejumlah uang yang ada pada perusahaan asuransi dalam jangka waktu pertanggungan. Perhitungan *policy values* terbagi menjadi dua yaitu perhitungan *policy values prospektif* dan *retrospektif* (Futami, 1993)

Penelitian ini bertujuan menghitung premi tahunan konstan dengan dan tanpa *endowment* murni pada asuransi jiwa *joint life* pasangan suami istri, kemudian menentukan dan menghitung formula *policy values* pada asuransi jiwa *joint life* pasangan suami istri dengan metode *prospektif*.

Penelitian Yosia (2016) mengenai perhitungan *policy values retrospektif* menyatakan bahwa besarnya *policy values* akan mengalami peningkatan saat pembayaran premi masih dilakukan. Ketika tidak ada lagi pembayaran premi, besarnya *policy values* akan menurun karena perusahaan asuransi sudah tidak menerima pembayaran premi.

Sebelum dilakukan perhitungan *policy values prospektif*, terlebih dahulu dihitung nilai premi tahunan konstan dengan dan tanpa *endowment* murni pada asuransi *joint life* pasangan suami istri. Perhitungan premi konstan dipengaruhi oleh faktor tingkat suku bunga dan tingkat mortalitas.

Bunga majemuk adalah pehitungan bunga yang besar pokok selanjutnya merupakan besar pokok sebelumnya di tambah dengan besar bunga (Futami, 1993).

Besar pokok sejumlah P diinvestasikan, tingkat bunga i per tahun, dan jangka investasi n tahun. Sesudah satu tahun, total pokok beserta bunganya adalah:

$$P_1 = P + Pi = P(1+i),$$

Pada tahun kedua pokok beserta bunganya menjadi:

$$\begin{aligned} P_2 &= P_1 + iP_1 \\ &= P(1+i) + iP(1+i) \\ &= P(1+i)(1+i) \\ &= P(1+i)^2 \end{aligned}$$

Sehingga sesudah n tahun total pokok beserta bunganya adalah (Sembiring, 1986):

$$P_n = P(1+i)^n \quad (1)$$

Faktor $(1+i)^n$ disebut faktor akumulasi dan $P = P_n(1+i)^{-n}$ menyatakan besar pokok beserta bunganya. Bentuk $(1+i)^{-1}$ disimbolkan dengan v (Sembiring 1986):

$$v = \frac{1}{1+i} \quad (2)$$

Menurut Futami (1993), tabel mortalitas merupakan tabel observasi mengenai peluang tingkat kematian berdasarkan kelompok umur. Fungsi-fungsi utama dalam tabel mortalitas adalah:

$$l_{x+1} = l_x - d_x \quad (3)$$

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} \quad (4)$$

$$p_x = 1 - q_x \quad (5)$$

dengan, l_x merupakan banyaknya individu yang berhasil mencapai usia tepat x tahun, d_x merupakan banyaknya individu yang meninggal antara umur x tahun sampai $x+1$ tahun, q_x merupakan peluang individu berumur x meninggal dalam kurun waktu 1 tahun, dan p_x merupakan peluang individu berumur x mencapai umur $x+1$ tahun.

Fungsi gabungan yang menyatakan banyaknya orang berusia x tahun yang masih hidup dikalikan dengan banyaknya orang berumur y tahun yang masih hidup dinotasikan dengan l_{xy}. Peluang orang berusia x tahun dan y tahun akan tetap hidup selama 1 tahun dinotasikan dengan p_{xy}. Peluang orang berusia x tahun dan y tahun akan tetap hidup selama t tahun dinotasikan dengan ${}_tp_{xy}$ dan dirumuskan sebagai berikut:

$$l_{xy} = l_x l_y \quad (6)$$

$$p_{xy} = p_x p_y = \frac{l_{x+1}}{l_x}\frac{l_{y+1}}{l_y} = \frac{l_{xy+1}}{l_{xy}} \quad (7)$$

$${}_tp_{xy} = {}_tp_x\ {}_tp_y = \frac{l_{x+t}}{l_x}\frac{l_{y+t}}{l_y} = \frac{l_{xy+t}}{l_{xy}} \quad (8)$$

Peluang salah satu di antara x dan y meninggal dalam jangka waktu 1 tahun dinotasikan dengan q_{xy} dan dirumuskan sebagai berikut:

$$q_{xy} = 1 - p_{xy} = 1 - \left(\frac{l_{xy+1}}{l_{xy}}\right) = \frac{l_{xy} - l_{xy+1}}{l_{xy}} \quad (9)$$

Menurut Bowers Jr & Newton L. (1997), Asuransi jiwa berjangka n tahun adalah asuransi jiwa untuk orang berumur x tahun dengan *benefit* sebesar 1 satuan yang diberikan jika peserta asuransi meninggal dalam kurun waktu n tahun dinotasikan dengan $A^1_{x:\overline{n|}}$ yang dirumuskan dengan:

$$A^1_{x:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\ {}_tp_x\ q_{x+t} \quad (10)$$

Nilai sekarang dari pembayaran yang dilakukan di awal tahun dan ditunda selama n tahun untuk status *single life* dan *joint life* dirumuskan dengan:

$${}_{n|}\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} v^t\ {}_tp_x \quad (11)$$

$${}_{n|}\ddot{a}_{xy} = \sum_{k=n}^{\infty} v^k\ {}_kp_{xy} \quad (12)$$

Nilai sekarang dari *benefit* pada *endowment* murni berjangka n tahun dengan status *joint life* yang dibayarkan apabila peserta

E-Jurnal Matematika Vol. 8(2), Mei 2019, pp.122-131 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2019.v08.i02.p243

asuransi (x, y) masih hidup sampai kontrak asuransi berakhir dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$A_{xy:\,\overset{1}{\overline{n|}}} = v^n \;{}_n p_{xy} \tag{13}$$

Asuransi jiwa berjangka n tahun dengan *benefit* meningkat pada status *joint life* adalah asuransi jiwa dengan *benefit* terus meningkat sebesar 1 satuan setiap tahunnya. *Benefit* dibayarkan jika salah satu peserta (x, y) meninggal dalam kurun waktu n tahun dan diberikan di akhir tahun kematian peserta asuransi, dirumuskan dengan:

$$(IA)^1_{xy:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} (t+1) v^{t+1} \;{}_t p_{xy} \; q_{xy+t} \tag{14}$$

Besarnya premi tahunan konstan dengan *endowment* murni yang harus dibayarkan oleh peserta asuransi ialah sebagai berikut:

$$P = \frac{Q\, A_{xy:\,\overset{1}{\overline{n|}}} + R_{x\;n|}\ddot{a}_{x\;n}q_y + R_{y\;n|}\ddot{a}_{y\;n}q_x}{\ddot{a}_{xy:\overline{n|}} - (IA)^1_{xy:\overline{n|}}} \tag{15}$$

Sedangkan besarnya premi tahunan konstan tanpa *endowment* murni yang harus dibayarkan oleh peserta asuransi ialah sebagai berikut:

$$P = \frac{R_{x\;n|}\ddot{a}_{x\;n}q_y + R_{y\;n|}\ddot{a}_{y\;n}q_x}{\ddot{a}_{xy:\overline{n|}} - (IA)^1_{xy:\overline{n|}}} \tag{16}$$

(Matvejevs & Matvejevs, 2001)

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data dari Tabel Mortalitas Indonesia 2011. Pengolahan data pada penelitian ini menggunakan *Software Microsoft Excel* 2013. Adapun langkah - langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Menentukan nilai tabel mortalitas *joint life* berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia 2011.
2. Menghitung premi tahunan konstan dengan dan tanpa *endowment* murni asuransi *joint life* pada pasangan suami istri, dengan menggunakan persamaan (15) dan (16).
3. Menentukan formula perhitungan *policy values* asuransi *joint life* pada pasangan suami istri.
4. Menghitung *policy values* asuransi *joint life* pada pasangan suami istri dengan menggunakan metode *prospektif*.
5. Interpretasi hasil.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Tabel Mortalitas *Joint Life*

Nilai tabel mortalitas *joint life* pasangan suami istri dengan $i = 5\%$, $n = 10$, $x = 50$ dan $y = 45$, disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Tabel Mortalitas *Joint Life*.

n	v^n	${}_n p_x$	${}_n p_y$	${}_n p_{x,y}$	${}_n q_{x,y}$
1	0.9523	0.9946	0.9980	0.9927	0.0072
2	0.9070	0.9885	0.9959	0.9844	0.0155
3	0.8638	0.9815	0.9935	0.9752	0.0247
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	0.6139	0.9115	0.9668	0.8813	0.1186

Sumber: data diolah, 2019

Untuk $n = 1$ didapatkan nilai sebagai berikut:

$$v^n = \left(\frac{1}{1+i}\right)^n = \left(\frac{1}{1+0{,}05}\right) = 0{,}95238$$
$${}_n p_x = {}_1 p_{50} = 1 - q50 = 0{,}99462$$
$${}_n p_y = {}_1 p_{45} = 1 - q45 = 0{,}99807$$
$${}_n p_{x,y} = {}_1 p_{50,45}$$
$$= {}_1 p_{50} \cdot {}_1 p_{45} = 0{,}99462 \,.\, 0{,}99807 = 0{,}99270$$
$${}_n q_{x,y} = 1 - {}_n p_{x,y} = 1 - {}_1 p_{50,45} = 0{,}0072$$

3.2 Premi Tahunan Konstan Berdasarkan Lamanya Kontrak Asuransi

A. Premi dengan *Endowment* Murni

Ditentukan formula premi tahunan konstan untuk lama kontrak asuransi 1 tahun.

$$P = \frac{Q\, A_{50,45:\,\overset{1}{\overline{1|}}} + R_{x\;1|}\ddot{a}_{50\;1}q_{45} + R_{y\;1|}\ddot{a}_{45\;1}q_{50}}{\ddot{a}_{50,45:\overline{1|}} - (IA)^1_{50,45:\overline{1|}}}$$

kemudian ditentukan nilai setiap elemen dalam formula dimulai dari menentukan nilai sekarang dari *endowment* murni berjangka tiap tahun dengan status *joint life* menggunakan persamaan (13).

$A_{50,45:\,\overset{1}{\overline{1|}}} = v^1 \;{}_1 p_{50,45}$ dengan

$${}_1 p_{50,45} = {}_1 p_{50}\;{}_1 p_{45}$$
$$A_{50,45:\,\overset{1}{\overline{1|}}} = \left(\frac{1}{1+0{,}05}\right)^1 \cdot {}_1 p_{50}\;{}_1 p_{45}$$
$$= \left(\frac{1}{1+0{,}05}\right)^1 \,.\, 0{,}9946 \,.\, 0{,}9980$$
$$= 0{,}9523 \,.\, 0{,}9927$$
$$= 0{,}9454$$

Nilai sekarang dari *benefit* tersebut disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. *Benefit Endowment* murni *Joint Life*

n	Q	$A_{50,45:\frac{1}{n|}}$
1	1	0.9454
2	1	0.8929
3	1	0.8424
⋮	⋮	⋮
10	1	0.5410

Sumber: data diolah, 2019

Kemudian ditentukan nilai sekarang dari pembayaran yang dilakukan di awal tahun dan ditunda selama 1 tahun status *single life* menggunakan persamaan (11) disajikan pada Tabel 3.

$$
\begin{aligned}
{}_{1|}\ddot{a}_{50} &= \sum_{n=1}^{61} v^n \; {}_{n}p_{50} \\
&= v^1 \, {}_{1}p_{50} + v^2 \, {}_{2}p_{50} + v^3 \, {}_{3}p_{50} + \cdots \\
&\qquad + v^{61} \, {}_{61}p_{50} \\
&= \left(\frac{1}{1+0{,}05}\right)^1 {}_{1}p_{50} + \left(\frac{1}{1+0{,}05}\right)^2 {}_{2}p_{50} \\
&\qquad + \left(\frac{1}{1+0{,}05}\right)^3 {}_{3}p_{50} + \cdots \\
&\qquad + \left(\frac{1}{1+0{,}05}\right)^{61} {}_{61}p_{50} \\
&= 0{,}9472 + 0{,}8966 + 0{,}8479 + \cdots + 6{,}8021 \\
&= 13{,}5850
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
{}_{1|}\ddot{a}_{45} &= \sum_{n=1}^{66} v^n \; {}_{n}p_{45} \\
&= v^1 \, {}_{1}p_{45} + v^2 \, {}_{2}p_{45} + v^3 \, {}_{3}p_{45} + \cdots \\
&\qquad + v^{61} \, {}_{61}p_{45} \\
&= \left(\frac{1}{1+0{,}05}\right)^1 {}_{1}p_{45} + \left(\frac{1}{1+0{,}05}\right)^2 {}_{2}p_{45} \\
&\qquad + \left(\frac{1}{1+0{,}05}\right)^3 {}_{3}p_{45} + \cdots \\
&\qquad + \left(\frac{1}{1+0{,}05}\right)^{61} {}_{61}p_{45} \\
&= 0{,}9505 + 0{,}9033 + 0{,}8582 + \cdots + 5{,}6652 \\
&= 15{,}6811
\end{aligned}
$$

Tabel 3. Anuitas Hidup *Single Life*

n	R_x	R_y	${}_{n|}\ddot{a}_{50}$	${}_{n|}\ddot{a}_{45}$
1	1	1	13.5850	15.6811
2	1	1	12.6378	14.7306
3	1	1	11.7412	13.8273
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	1	1	6.7213	8.6600

Sumber: data diolah, 2019

Kemudian dihitung peluang hidup gabungan status *joint life* sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_{n}p_{50,45} &= {}_{n}p_{50} \; {}_{n}p_{45} \\
{}_{1}p_{50,45} &= {}_{1}p_{50} \cdot {}_{1}p_{45} \\
&= 0{,}9946 \,.\, 0{,}9980 \\
&= 0{,}9927
\end{aligned}
$$

Selanjutnya, dihitung nilai sekarang dari pembayaran sebesar 1 satuan yang dilakukan di awal tahun dan ditunda selama 1 tahun status *joint life* menggunakan persamaan (12) yang disajikan pada Tabel 4.

$$
\begin{aligned}
\ddot{a}_{50,45:\overline{1}|} &= v^0 \; {}_{0}p_{50,45} \\
&= \left(\frac{1}{1+0{,}05}\right)^0 . 1 = 1
\end{aligned}
$$

Tabel 4. Anuitas Hidup *Joint Life*

n	$\ddot{a}_{50,45:\overline{1}|}$
1	1
2	1.9454
3	2.8383
⋮	⋮
10	7.7813

Sumber: data diolah, 2019

Selanjutnya dihitung nilai sekarang *benefit* yang dibayarkan jika salah satu peserta (x, y) meninggal dalam kurun waktu n tahun, menggunakan persamaan (14) yang hasilnya disajikan pada Tabel 5.

$$
\begin{aligned}
(IA)^1_{50,45:\overline{1}|} &= \sum_{k=0}^{n-1} (0+1) v^{0+1} \; {}_{0}p_{50,45} \; q_{50,45+0} \\
&= 1 \,.\, v^1 \; {}_{0}p_{50,45} \; q_{50,45} \\
&= 1 \,.\, 0{,}9523 \,.\, 1 \,.\, 0{,}0073 \\
&= 0{,}0069
\end{aligned}
$$

Tabel 5. *Benefit* Pengembalian Premi

n	$(IA)^1_{xy:\overline{n}|}$
1	0.0069
2	0.0218
3	0.0457
⋮	⋮
10	0.5164

Sumber: data diolah, 2019

Sehingga dapat dilihat besarnya premi tahunan konstan dengan *endowment* murni menggunakan perhitungan persamaan (15) yang disajikan pada Tabel 6.

E-Jurnal Matematika Vol. 8(2), Mei 2019, pp.122-131 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2019.v08.i02.p243

Tabel 6. Premi Tahunan Konstan dengan *Endowment* Murni

n	$Premi\ Tahunan\ Konstan\ (P)$
1	1.0634
2	0.5789
3	0.4199
. . .	. . .
10	0.2105

Sumber: data diolah, 2019

B. Premi tanpa *Endowment* Murni

Ditentukan formula premi tahunan konstan untuk lama kontrak asuransi 1 tahun, sesuai dengan persamaan (16). Kemudian dihitung nilai dari masing-masing elemen sesuai dengan perhitungan sebelumnya

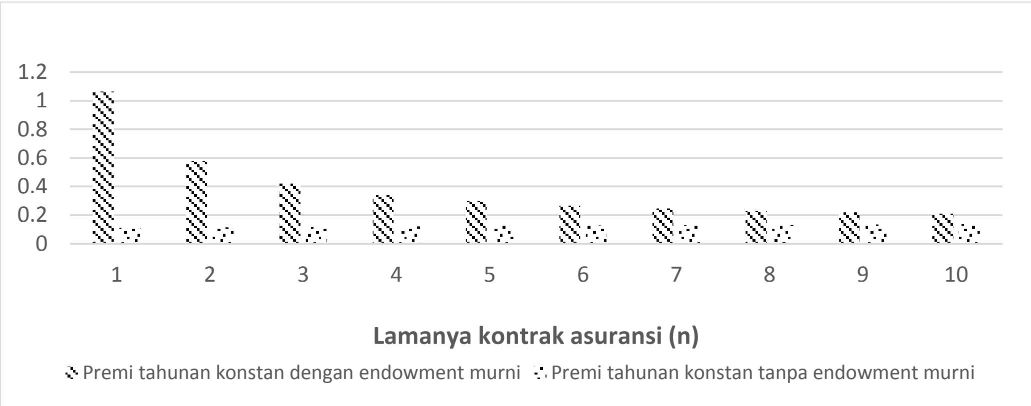
Sehingga dapat dilihat besarnya premi tahunan konstan tanpa *endowment* murni dimulai dari lamanya kontrak 1 tahun hingga lamanya kontrak 10 tahun disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7. Premi Tahunan Konstan tanpa *Endowment* Murni

n	$Premi\ Tahunan\ Konstan\ (P)$
1	0.1113
2	0.1147
3	0.1182
. . .	. . .
10	0.1361

Sumber: data diolah, 2019

Hasil yang didapat pada Tabel 6 dan Tabel 7 disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Premi tahunan yang bersifat konstan dengan dan tanpa *endowment* murni untuk lamanya kontrak 1 tahun hingga 10 tahun

Gambar 1 menunjukkan *endowment* murni yang diberikan untuk peserta asuransi jika kedua peserta bertahan hidup sampai kontrak berakhir (Q) menyebabkan premi asuransi menjadi lebih mahal.

3.3 Premi Tahunan Konstan Berdasarkan Usia Peserta Saat Mengikuti Asuransi

A. Premi dengan *Endowment* Murni

Ditentukan formula premi tahunan konstan.

$$P = \frac{Q\ A_{50,45:\frac{1}{10|}} + R_{x\ 10|}\ddot{a}_{50\ 10}q_{45} + R_{y\ 10|}\ddot{a}_{45\ 10}q_{50}}{\ddot{a}_{50,45:\overline{10|}} - (IA)^{1}_{50,45:\overline{10|}}}$$

Kemudian ditentukan nilai setiap elemen dalam formula sesuai dengan perhitungan pada formula sebelumnya. Sehingga dapat dilihat besarnya premi tahunan konstan dengan *endowment* murni dengan usia perserta saat mengikuti asuransi dimulai dari 50 tahun untuk suami dan 45 tahun untuk istri hingga usia perserta 59 tahun untuk suami dan 54 tahun untuk istri pada Tabel 8.

Tabel 8. Premi Tahunan Konstan dengan *Endowment* Murni

x	y	$Premi\ Tahunan\ Konstan\ (P)$
50	45	0.2105
51	46	0.2220
52	47	0.2336
. . .	. . .	. . .
59	54	0.3215

Sumber: data diolah, 2019

B. Premi tanpa *Endowment* Murni

Ditentukan premi tahunan konstan.

$$P = \frac{R_{x\ 10|}\ddot{a}_{50\ 10}q_{45} + R_{y\ 10|}\ddot{a}_{45\ 10}q_{50}}{\ddot{a}_{50,45:\overline{10|}} - (IA)^1_{50,45:\overline{10|}}}$$

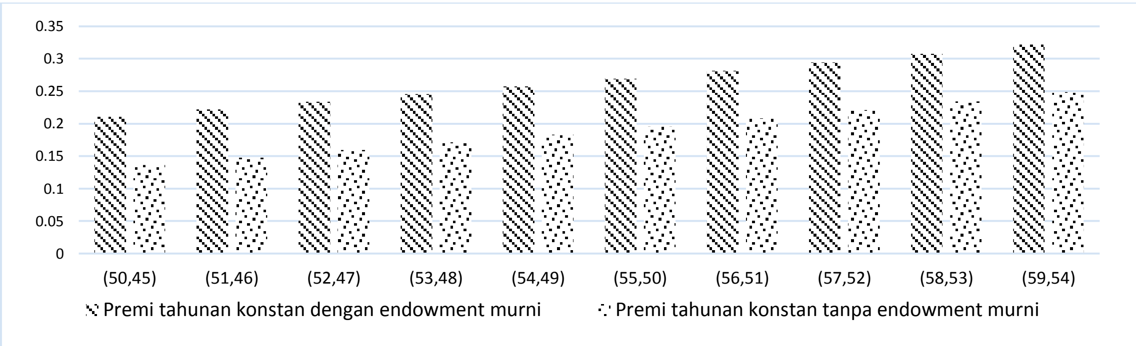
Kemudian ditentukan nilai setiap elemen yang terdapat dalam formula sesuai dengan perhitungan sebelumnya. Sehingga dapat dilihat besarnya premi tahunan konstan tanpa *endowment* murni dengan usia perserta saat mengikuti asuransi dimulai dari 50 tahun untuk suami dan 45 tahun untuk istri hingga usia perserta 59 tahun untuk suami dan 54 tahun untuk istri pada Tabel 9.

Tabel 9. Premi Tahunan Konstan tanpa *Endowment* Murni

x	y	$Premi\ Tahunan\ Konstan\ (P)$
50	45	0.1361
51	46	0.1476
52	47	0.1594
. . .	. . .	. . .
59	54	0.2484

Sumber: data diolah, 2019

Hasil yang didapat pada Tabel 8 dan 9 disajikan dalam Gambar 2.



Gambar 2. Premi tahunan yang bersifat konstan dengan dan tanpa *endowment* murni berdasarkan usia saat mengikuti asuransi

Gambar 2 menunjukkan bahwa *endowment* murni yang diberikan kepada peserta asuransi jika keduanya bertahan hidup sampai kontrak berakhir membuat premi menjadi lebih mahal.

3.4 *Policy Values Endowment* murni pada Asuransi *Joint Life* (*Prospektif*)

Perhitungan dilakukan dengan nilai $P = 0.2105$, $Q = 1, R_x = 1, R_y = 1,$ dan $n = 10$. Selanjutnya, ditentukan formula *policy values benefit* pada akhir tahun pertama dirumuskan sebagai berikut:

$${}_mV = \left[\sum_{\alpha=m}^{n-1}\frac{1}{(1+i)^{\alpha-m}}\left(\frac{(\alpha+1)P(l_{x+\alpha,}l_{y+\alpha} - l_{x+\alpha+1,}l_{y+\alpha+1})}{(1+i)} - P.l_{x+\alpha,}l_{y+\alpha}\right) + \frac{1}{(1+i)^{n-m}}\{R_x(l_{x+n})(l_y - l_{y+n}) + R_y(l_{y+n})(l_x - l_{x+n}) + Q.l_{x+n,y+n}\} + \sum_{\beta=n+1}^{66}\frac{1}{(1+i)^{\beta-m}}\left(R_x(l_{x+\beta})(l_y - l_{y+n}) + R_y(l_{y+\beta})(l_x - l_{x+n})\right)\right]\frac{1}{k_m}$$

Untuk, $m = 1,2,3 \ldots,9$

$$k_m = l_{x+m}, l_{y+m} + l_{x+m}(l_y - l_{y+m}) + l_{y+m}(l_x - l_{x+m})$$

Sehingga diperoleh hasil penyelesaian nilai *policy values* untuk akhir tahun pertama adalah sebagai berikut:

$$ {}_{1}V = \left[\sum_{\alpha=1}^{n-1} \frac{1}{(1+i)^{\alpha-1}} \left(\frac{(\alpha+1)0{,}2105(l_{50+\alpha,}l_{45+\alpha} - l_{50+\alpha+1,}l_{45+\alpha+1})}{(1+0{,}05)} - 0{,}2105.\, l_{50+\alpha,}l_{45+\alpha} \right) + \frac{1}{(1+0{,}05)^{10-1}}\{1(l_{50+10,})(l_{45}-l_{45+10}) + 1(l_{45+10})(l_{50}-l_{50+10}) + 1.\, l_{50+10,45+10}\} + \sum_{\beta=11}^{66} \frac{1}{(1+0{,}05)^{\beta-1}}(1(l_{50+\beta})(l_{45}-l_{45+10}) + 1(l_{45+\beta})(l_{50} - l_{50+10}))\right] \frac{1}{l_{50+1,}l_{45+1} + l_{50+1}(l_{45}-l_{45+1}) + l_{45+1}(l_{50}-l_{50+1})} $$

$$ = \left[\sum_{\alpha=m}^{n-1} \left(\frac{(1+1)0{,}2105(995\,.998 - 989\,.996)}{(1+0{,}05)} - 0{,}2105\,.995\,.998 \right) + \frac{1}{(1+0{,}05)^{9}}\{1(912)(1000-967) + 1(967)(1000-912) + 1.912\,.967\} + \sum_{\beta=11}^{66} \frac{1}{(1+0{,}05)^{10}}(1(899)(1000-967) + 1(961)(1000-912))\right] \frac{1}{995{,}998 + 995(1000-998) + 998\,(1000-995)} $$

$$ = \frac{219569{,}9415}{999989{,}6166} $$

$$ = 0{,}2195 $$

Sehingga dana *policy values* pada tahun pertama yaitu untuk $t = 1$ adalah sebesar $0{,}2195$. Perhitungan *policy values* dari tahun pertama sampai tahun ke sembilan menggunakan formula yang sama karena sesuai dengan kontrak yang telah dijelaskan sebelumnya.

Selanjutnya sesuai dengan kontrak dalam penelitian ini ditentukan formula *policy values* pada akhir tahun ke 10 adalah sebagai berikut:

$$ {}_{10}V = \left[\frac{1}{(1+i)^{10-1}}\{1(l_{50+10})(l_{45}-l_{45+10}) + 1(l_{45+10})(l_{50}-l_{50+10}) + 1.\, l_{50+10,45+10}\} + \sum_{\beta=n+1}^{66} \frac{1}{(1+i)^{11-1}}(1(l_{50+11})(l_{45}-l_{45+10}) + 1(l_{45+11})(l_{50} - l_{50+10}))\right] \frac{1}{l_{50+10,}l_{45+10} + l_{50+10}(l_{45}-l_{45+10}) + l_{45+10}\,(l_{50}-l_{50+10})} $$

Sehingga diperoleh hasil penyelesaian nilai *policy values* untuk akhir tahun ke 10 adalah sebagai berikut:

$$ = \left[\frac{1}{(1+0{,}05)^{9}}\{1(912)(1000-967) + 1(967)(1000-912) + 1.912{,}967\} + \sum_{\beta=10+1}^{66} \frac{1}{(1+0{,}05)^{10}}(1(899)(1000-967) + 1(961)(1000-912))\right] \frac{1}{912{,}967 + 912(1000-967) + 967\,(1000-912)} $$

$$ = \frac{2491939{,}386}{897940{,}6473} $$

$$ = 2{,}7751 $$

Jadi *policy values* $t = 10$ adalah sebesar $2{,}7751$. Selanjutnya sesuai dengan kontrak dalam penelitian ini ditentukan formula *policy values* untuk akhir tahun ke 11 sampai akhir tahun ke 66 adalah menggunakan formula sebagai berikut:

$$ {}_{n+t}V = \left[\sum_{\beta=n+1}^{66} \frac{1}{(1+i)^{\beta-m}}\left(R_x(l_{x+\beta})(l_y - l_{y+n}) + R_y(l_{y+\beta})(l_x - l_{x+n})\right)\right] \frac{1}{U_{n+t}} $$

$$ U_j = l_{x+j}(l_y - l_{y+n}) + l_{y+j}(l_x - l_{x+n}) $$

untuk $j = n+1, n+2, n+3, \ldots$

Sehingga diperoleh hasil penyelesaian nilai *policy values* untuk akhir tahun ke 66 adalah sebagai berikut:

$$ {}_{10+56}V = \left[\sum_{\beta=10+56}^{66} \frac{1}{(1+0{,}05)^{11-10}}(1(l_{50+11})(l_{45}-l_{45+10}) + 1(l_{45+11})(l_{50} - l_{50+10}))\right] \frac{1}{l_{50+66}(l_{45}-l_{45+10}) + l_{45+66}(l_{50}-l_{50+10})} $$

$$ = \left[\sum_{\beta=66}^{66} \frac{1}{(1+0{,}05)^{1}}(1(899)(1000-967) + 1(961)(1000-912))\right] \frac{1}{0(1000-967) + 0{,}01(1000-912)} $$

$$ = \frac{0{,}5011}{0{,}5011} $$

$$ = 1 $$

Jadi dana *policy values* untuk $t = 66$ adalah sebesar 1. Dengan menggunakan perhitungan *Microsoft Excel* 2013 diperoleh nilai *policy values* pada asuransi *joint life* dengan *endowment* murni menggunakan metode *prospektif* disajikan pada Tabel 10.

Tabel 10. *Policy Values* Asuransi *Joint Life Endowment* murni (*Prospektif*)

t	***V***	***t***	***V***	***t***	***V***
1	0.2195	23	10.3597	45	4.3315
2	0.4498	24	10.0628	46	4.1258
3	0.6915	25	9.7656	47	3.8947
4	0.9452	26	9.4672	48	3.6554
5	1.2118	27	9.1683	49	3.4229
6	1.4922	28	8.8700	50	3.2089
7	1.7875	29	8.5731	51	3.0308
8	2.0988	30	8.2787	52	2.8848
9	2.4275	31	7.9868	53	2.7798
10	2.7751	32	7.6977	54	2.6410
11	13.6737	33	7.4107	55	2.4903
12	13.4269	34	7.1254	56	2.3452
13	13.1748	35	6.8414	57	2.2050
14	12.9167	36	6.5587	58	2.0704
15	12.6524	37	6.2840	59	1.9422
16	12.3818	38	6.0183	60	1.8224
17	12.1051	39	5.7584	61	1.7129
18	11.8223	40	5.5043	62	1.6117
19	11.5358	41	5.2564	63	1.5158
20	11.2455	42	5.0059	64	1.4152
21	10.9520	43	4.7681	65	1.2822
22	10.6560	44	4.5428	66	1

Sumber: data diolah, 2019

3.5 *Policy Values* tanpa *Endowment* murni Asuransi *Joint Life* (*Prospektif*)

dengan nilai $P = 0{,}1361$, $R_x = 1, R_y = 1$, dan $n = 10$. sehingga *policy values benefit* pada akhir tahun pertama dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$
{}_mV = \left[\sum_{\alpha=m}^{n-1} \frac{1}{(1+i)^{\alpha-m}} \left(\frac{(\alpha+1)P\left(l_{x+\alpha,} l_{y+\alpha} - l_{x+\alpha+1,} l_{y+\alpha+1}\right)}{(1+i)} - P.\, l_{x+\alpha,} l_{y+\alpha} \right) + \frac{1}{(1+i)^{n-m}} \left\{R_x(l_{x+n})(l_y - l_{y+n}) + R_y(l_{y+n})(l_x - l_{x+n})\right\} + \sum_{\beta=n+1}^{66} \frac{1}{(1+i)^{\beta-m}} \left(R_x(l_{x+\beta})(l_y - l_{y+n}) + R_y(l_{y+\beta})(l_x - l_{x+n})\right)\right] \frac{1}{k_m}
$$

Untuk, $m = 1, 2, 3, \ldots 9$.

$$
k_m = l_{x+m}, l_{y+m} + l_{x+m}(l_y - l_{y+m}) + l_{y+m}\,(l_x - l_{x+m})
$$

Sehingga diperoleh hasil penyelesaian nilai *policy values* untuk akhir tahun pertama adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_1V &= \left[\sum_{\alpha=1}^{n-1} \frac{1}{(1+i)^{1-1}} \left(\frac{(1+1)0{,}2105\left(l_{50+\alpha,} l_{45+\alpha} - l_{50+\alpha+1,} l_{45+\alpha+1}\right)}{(1+0{,}05)} - 0{,}2105.\, l_{50+\alpha,} l_{45+\alpha} \right) + \frac{1}{(1+0{,}05)^{10-1}} \left\{1(l_{50+10,})(l_{45} - l_{45+10}) + 1(l_{45+10})(l_{50} - l_{50+10})\right\} + \sum_{\beta=11}^{66} \frac{1}{(1+0{,}05)^{10}} \left(1(l_{50+\beta})(l_{45} - l_{45+10}) + 1(l_{45+\beta})(l_{50} - l_{50+10})\right)\right] \frac{1}{l_{50+1}, l_{45+1} + l_{50+1}(l_{45} - l_{45+1}) + l_{45+1}\,(l_{50} - l_{50+1})} \\
&= \left[\sum_{\alpha=1}^{10-1} \frac{1}{(1+i)^{0}} \left(\frac{(1+1)0{,}2105(995\,.\,998 - 989\,.\,996)}{(1+0{,}05)} - 0{,}2105\,.\,995\,.\,998 \right) + \frac{1}{(1+0{,}05)^{9}} \{1(912)(1000 - 967) + 1(967)(1000 - 912)\} + \sum_{\beta=11}^{66} \frac{1}{(1+0{,}05)^{10}} (1(899)(1000 - 967) + 1(961)(1000 - 912))\right] \frac{1}{995, 998 + 995(1000 - 998) + 998\,(1000 - 995)} \\
&= \frac{141870{,}1871}{999989{,}6166} \\
&= 0{,}1418
\end{aligned}
$$

Sehingga dana *policy values* untuk $t = 1$ adalah sebesar $0{,}1418$. Perhitungan *policy values* dari tahun pertama sampai tahun ke sembilan menggunakan formula yang sama sesuai dengan kontrak. Selanjutnya ditentukan formula *policy values* pada akhir tahun ke 10 adalah sebagai berikut:

$$
{}_{10}V = \left[\frac{1}{(1+i)^{10-1}} \left\{1(l_{50+10})(l_{45} - l_{45+10}) + 1(l_{45+10})(l_{50} - l_{50+10})\right\} + \sum_{\beta=n+1}^{66} \frac{1}{(1+i)^{11-1}} \left(1(l_{50+11})(l_{45} - l_{45+10}) + 1(l_{45+11})(l_{50} - l_{50+10})\right)\right] \frac{1}{l_{50+10}, l_{45+10} + l_{50+10}(l_{45} - l_{45+10}) + l_{45+10}\,(l_{50} - l_{50+10})}
$$

Sehingga diperoleh hasil penyelesaian nilai *policy values* untuk akhir tahun ke 10 adalah sebagai berikut:

E-Jurnal Matematika Vol. 8(2), Mei 2019, pp.122-131 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2019.v08.i02.p243

$$= \left[\frac{1}{(1+0{,}05)^9}\{1(912)(1000-967)+1(967)(1000-912)\}\right.$$
$$+\sum_{\beta=10+1}^{66}\frac{1}{(1+0{,}05)^{10}}(1(899)(1000-967)+1(961)(1000$$
$$\left.-912))\right]\frac{1}{912,967+\ 912(1000-967)+\ 967\ (1000-912)}$$
$$=\frac{1610608{,}863}{897940{,}6473}$$

$$= 1{,}7936$$

Jadi dana *policy values* $t = 10$ adalah sebesar $1{,}7936$. Selanjutnya sesuai dengan kontrak ditentukan formula *policy values* untuk akhir tahun ke 11 sampai akhir tahun ke 66 adalah menggunakan formula sebagai berikut:

$$_{n+t}V = \left[\sum_{\beta=n+1}^{66}\frac{1}{(1+i)^{\beta-m}}\big(R_x(l_{x+\beta})(l_y - l_{y+n}) + R_y(l_{y+\beta})(l_x - l_{x+n})\big)\right]\frac{1}{U_{n+t}}$$

$U_j = \ l_{x+j}(l_y - l_{y+n}) + \ l_{y+j}(l_x - l_{x+n})$
untuk $j = n+1, n+2, n+3, \ldots$

Sehingga diperoleh hasil penyelesaian nilai *policy values* untuk akhir tahun ke 66 adalah sebagai berikut:

$$_{10+56}V = \left[\sum_{\beta=10+56}^{66}\frac{1}{(1+0{,}05)^{11-10}}(1(l_{50+11})(l_{45}-l_{45+10}) + 1(l_{45+11})(l_{50} - l_{50+10}))\right]\frac{1}{l_{50+66}(l_{45}-l_{45+10})+\ l_{45+66}(l_{50}-l_{50+10})}$$

$$= \left[\sum_{\beta=66}^{66}\frac{1}{(1+0{,}05)^{1}}(1(899)(1000-967) + 1(961)(1000 - 912))\right]\frac{1}{0(1000-967)+\ 0{,}01(1000-912)}$$
$$=\frac{0{,}501144307}{0{,}501144307}$$
$$= 1$$

Jadi dana *policy values* $t = 66$ adalah sebesar 1. Diperoleh nilai *policy values* pada asuransi *joint life* tanpa *endowment* murni menggunakan metode *prospektif* disajikan pada Tabel 11.

Tabel 11. *Policy Values* Asuransi *Joint Life* tanpa *Endowment* Murni (*Prospektif)*

t	***V***	***t***	***V***	***t***	***V***
1	0.1418	23	10.3597	45	4.3315
2	0.2907	24	10.0628	46	4.1258
3	0.4469	25	9.7656	47	3.8947
4	0.6108	26	9.4672	48	3.6554
5	0.7832	27	9.1683	49	3.4229
6	0.9644	28	8.8700	50	3.2089
7	1.1553	29	8.5731	51	3.0308
8	1.3565	30	8.2787	52	2.8848
9	1.5689	31	7.9868	53	2.7798
10	1.7936	32	7.6977	54	2.6410
11	13.6737	33	7.4107	55	2.4903
12	13.4269	34	7.1254	56	2.3452
13	13.1748	35	6.8414	57	2.2050
14	12.9167	36	6.5587	58	2.0704
15	12.6524	37	6.2840	59	1.9422
16	12.3818	38	6.0183	60	1.8224
17	12.1051	39	5.7584	61	1.7129
18	11.8223	40	5.5043	62	1.6117
19	11.5358	41	5.2564	63	1.5158
20	11.2455	42	5.0059	64	1.4152
21	10.9520	43	4.7681	65	1.2822
22	10.6560	44	4.5428	66	1

Sumber: data diolah, 2019

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Besarnya *policy values benefit* pada asuransi *joint life endowment* murni untuk $t = 1$ adalah sebesar 0,2195. Nilai ini mengalami peningkatan hingga akhir tahun ke 11, sehingga nilai *policy values benefit* untuk $t = 11$ adalah sebesar 13,6737. Hal ini disebabkan karena uang yang diterima perusahaan asuransi dari pembayaran premi melebihi jumlah uang pertanggungan yang harus dibayarkan.

Sedangkan nilai *policy values benefit* pada akhir tahun ke 11 hingga akhir tahun ke 66 mengalami penurunan, sehingga nilai *policy values benefit* untuk $t = 66$ adalah sebesar 1. Hal ini disebabkan karena sudah tidak ada lagi pembayaran premi namun perusahaan harus tetap membayarkan uang pertanggungan setiap tahunnya.

Hal tersebut juga berlaku pada *policy values benefit* pada asuransi *joint life* tanpa *endowment* murni yaitu untuk, $t = 1$ nilai *policy values benefitnya* adalah sebesar 0,1418, kemudian akan meningkat hingga $t = 11$ menjadi sebesar 13,6737, dan nilai *policy values benefit* akan menurun hingga untuk

$t = 66$ hingga nilainya menjadi sebesar 1.

Disarankan untuk penelitian selanjutnya dapat meghitung asuransi *joint life* lebih dari 2 orang seperti, sebuah keluarga yang terdiri dari suami, istri, dan anaknya. Selain itu dapat mengkombinasikan perhitungan *policy values prospektif* dengan *retrospektif.*

DAFTAR PUSTAKA

Bowers Jr, Newton L. 1997. *Actuarial Mathematics*. 2nd ed. Schaumburg: The Society Of Actuaries.

Destriani, Neva Satyahadewi, and Muhlasah Novitasari Mara. 2014. “Penentuan Nilai Cadangan Prospektif Pada Asuransi Jiwa Seumur Hidup Menggunakan Metode New Jersey.” *Buletin Ilmiah Mat.Stat dan Terapannya (Bimaster)* 3(1): 7–12.

Futami, T. (1993). *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian I* (1st ed.). Tokyo: Oriental Life Insurance Cultural Development Center.

Matvejevs, A., and A. Matvejevs. 2001. “Insurance Models for Joint Life and Last Survivor Benefits.” *Informatica* 12(4).

Sembiring, R. K. (1986). *Buku Materi Pokok Asuransi I*. Jakarta: Universitas Terbuka.

Yosia, Bella. 2016. Penentuan Premi Tahunan Konstan Dan Cadangan Benefit Pada Asuransi Joint Life. *Skripsi*. Bogor. Institut Pertanian Bogor.