

ESTIMASI NILAI *CONDITIONAL VALUE AT RISK* (CVaR) PORTOFOLIO MENGGUNAKAN METODE EVT-GJR-VINE COPULA

Ni Wayan Uchi Yushi Ari Sudina^{1§}, Komang Dharmawan², I Wayan Sumarjaya³

¹Program Studi Matematika, Fakultas MIPA - Universitas Udayana [Email: uchisudina@gmail.com]

²Program Studi Matematika, Fakultas MIPA - Universitas Udayana [Email: k.dharmawan@unud.ac.id]

³Program Studi Matematika, Fakultas MIPA - Universitas Udayana [Email: sumarjaya@unud.ac.id]

[§]Corresponding Author

ABSTRACT

Conditional value at risk (CVaR) is widely used in risk measure that takes into account losses exceeding the value at risk level. The aim of this research is to compare the performance of the EVT-GJR-vine copula method and EVT-GARCH-vine copula method in estimating CVaR of the portfolio using backtesting. Based on the backtesting results, it was found that the EVT-GJR-vine copula method have better performance when compared to the EVT-GARCH-vine copula method in estimating the CVaR value of the portfolio. This can be seen from the statistical values V_1, V_2 , and V of EVT-GJR-vine copula method which is generally smaller than the statistical values V_1, V_2 , and V of the EVT-GARCH-vine copula method.

Keywords: *Conditional Value at Risk, Vine Copula, GARCH, GJR-GARCH, Extreme Value Theory*

1. PENDAHULUAN

Pengukuran risiko investasi bukanlah hal baru dalam manajemen risiko finansial. Pada tahun 1994, J.P. Morgan memperkenalkan *value at risk* (VaR). VaR merupakan suatu ukuran risiko untuk menghitung besarnya kerugian maksimum yang dialami investor dengan tingkat kepercayaan dan periode waktu tertentu. Konsep yang sederhana dan kemudahan dalam perhitungan menjadikan VaR sebagai ukuran risiko yang umum digunakan dalam manajemen risiko finansial (Yamai & Yoshihara, 2005).

Meskipun telah menjadi acuan standar dalam pengelolaan risiko, VaR memiliki kekurangan yakni tidak mempunyai sifat subaditif (*subadditivity*). Hal ini berarti, apabila dilakukan diversifikasi pada portofolio yang tersusun atas sejumlah aset finansial, maka nilai VaR suatu portofolio lebih besar daripada jumlah nilai VaR masing-masing aset penyusunnya (Dharmawan, 2015). Sifat ini menunjukkan bahwa VaR tidak dapat merefleksikan efek diversifikasi yang bertujuan

untuk meminimumkan risiko. Selain itu, VaR hanya koheren apabila diterapkan pada data yang berdistribusi normal. Metode alternatif untuk mengurangi masalah yang dimiliki oleh VaR yaitu *conditional value at risk* (CVaR). CVaR memiliki kelebihan antara lain merupakan ukuran risiko koheren dan dapat menghitung risiko pada data berdistribusi normal maupun tidak normal (Danielsson, 2011).

Data finansial memiliki karakteristik yang disebut *stylized fact*, dicirikan oleh adanya *volatility clustering*, ketergantungan taklinear, dan ekor gemuk (Danielsson, 2011). Keberadaan ekor gemuk pada data finansial utamanya data *return* aset finansial mengindikasikan peluang terjadinya nilai ekstrem cukup besar (Zuhara *et al.*, 2012). Guna menghindari kejadian *underestimate* terhadap risiko, maka keberadaan nilai ekstrem tersebut perlu dimodelkan menggunakan *extreme value theory* (EVT).

Selain ekor gemuk, cenderung pula terdapat heteroskedastisitas pada data *return* aset

finansial ditunjukkan oleh adanya *volatility clustering* yang merupakan fenomena pengelompokan volatilitas pada periode waktu berdekatan. Model *generalized ARCH* (GARCH) dikembangkan oleh Bollerssev pada tahun 1986 guna mengakomodasi efek heteroskedastis yang memiliki karakteristik respons volatilitas simetris terhadap guncangan (Danielsson, 2011). Di beberapa kasus, terdapat gejala volatilitas yang bersifat asimetris. Sebagai upaya mengakomodasi respon volatilitas asimetris, pada tahun 1994 Glosten, Jagannathan, dan Runkle mengusulkan model yang dikenal dengan Glosten Jagannathan Runkle GARCH (GJR-GARCH) (Brooks, 2008).

Saat melakukan pengukuran risiko portofolio, investor perlu mengetahui struktur kebergantungan antaraset finansial penyusun portofolio. Aset finansial cenderung memiliki kebergantungan yang taklinear. Fenomena kebergantungan taklinear pada aset finansial dapat dilihat dari harga aset yang bergerak relatif independen satu sama lain pada kurun waktu yang lama, namun jatuh secara serentak saat terjadi krisis (Danielsson, 2011).

Copula mempelajari kebergantungan taklinear antarpeubah dalam kasus multivariat. Membentuk *copula* dalam dimensi tinggi merupakan hal yang sulit dilakukan karena tidak semua jenis *copula* bivariat dapat diperluas secara rekursif menjadi *copula* multivariat. *Vine copula* merupakan solusi alternatif untuk memodelkan kasus multivariat menggunakan *copula-copula* bivariat (Aas *et al.*, 2009). *Copula* bivariat yang digunakan dalam penelitian ini yaitu Clayton *copula*, Gumbel *copula*, dan Frank *copula*.

Berdasarkan fenomena tersebut, studi kasus ini bertujuan untuk mengetahui perbandingan kinerja metode EVT-GJR-*vine copula* dan EVT-GARCH-*vine copula* dalam mengestimasi CVaR portofolio menggunakan *backtesting*.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Generalized ARCH (GARCH)

Misalkan $\varepsilon_t = R_t - \mu_t$ adalah *mean-corrected return* aset, maka ε_t mengikuti model GARCH (m, s) apabila memenuhi

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= \sigma_t z_t, \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 \end{aligned} \quad (1)$$

dengan α_0 adalah komponen konstanta, α_i adalah parameter ARCH, ε_{t-i}^2 adalah kuadrat galat pada waktu $t-i$, $i = 1, 2, \dots, m$, β_j adalah parameter GARCH, σ_{t-j}^2 adalah varians bersyarat dari kuadrat galat pada waktu $t-j$, $j = 1, 2, \dots, s$, dan $\{z_t\}$ merupakan barisan peubah acak IID dengan *mean* nol dan varians satu (disebut juga inovasi). Adapun z_t sering diasumsikan berdistribusi normal atau berdistribusi *student-t* (Tsay, 2002).

GJR-GARCH

Glosten, Jagannathan, dan Runkle mengembangkan model GARCH yang mengakomodasi *leverage effect*. Model ini selanjutnya disebut GJR-GARCH. GJR-GARCH (m, s) didefinisikan sebagai (Brooks, 2008)

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= \sigma_t z_t, \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^m (\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \gamma_i \varepsilon_{t-i}^2 I_{t-i}) + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

dengan $I_{t-i} = \begin{cases} 1, & \varepsilon_{t-i} < 0, \\ 0, & \varepsilon_{t-i} \geq 0, \end{cases}$ serta $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\alpha_i + \gamma_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, m$, dan $\beta_j \geq 0$, $j = 1, 2, \dots, s$. Parameter γ_i merupakan pembeda antara model GARCH dan GJR-GARCH.

Extreme Value Theory (EVT)

Secara umum, terdapat dua metode untuk mengidentifikasi nilai ekstrem yaitu *block maxima* dan *peak over threshold* (POT). Menurut McNeil *et al.* (2005) metode *block maxima* sangat mubazir terhadap data karena data yang teridentifikasi sebagai nilai ekstrem hanyalah data-data amatan yang bernilai maksimum dari setiap blok. Di sisi lain pada metode *peak over threshold*, data yang teridentifikasi sebagai nilai ekstrem adalah data amatan yang bernilai cukup besar dan melampaui nilai ambang batas (*threshold*) u . Data-data yang melampaui nilai ambang batas pada metode POT berdistribusi *generalized Pareto distribution* (GPD).

Teorema 1. (Franke *et al.*, 2011) Jika diberikan fungsi distribusi F dengan jumlah observasi yang cukup besar dan fungsi distribusi bersyarat

$F_u(y)$ untuk nilai u yang cukup besar, maka $F_u(y)$ dapat dihampiri dengan fungsi distribusi $G_{\xi,\beta}(y)$.

Definisi 1. (Franke *et al.*, 2011) *Generalized Pareto distribution* dengan parameter skala $\beta > 0$ dan parameter bentuk ξ memiliki fungsi distribusi

$$G_{\xi,\beta}(y) = 1 - \left(1 + \xi \frac{y}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}} \quad (3)$$

untuk $\begin{cases} y \geq 0, \text{ jika } \xi > 0; \\ \left[0, -\frac{\beta}{\xi}\right], \text{ jika } \xi < 0; \end{cases}$ dan

$$G_{0,\beta}(y) = 1 - e^{-\frac{y}{\beta}}, \quad y \geq 0. \quad (4)$$

Chaves-Demoulin (1999) dalam Zuhara *et al.* (2012) menyarankan untuk memilih ambang batas u pada metode POT sedemikian hingga data yang berada di atas ambang batas u kurang lebih 10 % dari keseluruhan data.

Vine Copula

Vine merupakan graf fleksibel yang digunakan untuk mendeskripsikan *copula* multivariat menggunakan riam (*cascade*) *copula* bivariat yang disebut pasangan *copula* atau *pair copula* (Sumarjaya, 2013).

Definisi 2. (Kurowicka & Cooke, 2006) \mathcal{V} adalah sebuah *vine* dengan d elemen apabila

1. $\mathcal{V} = \{T_1, \dots, T_{d-1}\}$;
2. T_1 merupakan sebuah *tree* dengan *node* $N_1 = \{1, \dots, d\}$ dan *edge* \mathbb{E}_1 ; untuk $j = 2, \dots, d - 1$, T_j merupakan sebuah *tree* dengan *node* $N_j = \mathbb{E}_{j-1}$.

\mathcal{V} adalah sebuah regular *vine* dengan d elemen apabila terdapat tambahan yaitu untuk $j = 2, \dots, d - 1$, jika $\{a, b\} \in \mathbb{E}_j$, maka $\#a\Delta b = 2$, dengan Δ menyatakan *symmetric difference*.

Regular vine masih sangat umum dan memiliki sejumlah besar kemungkinan dekomposisi pasangan *copula*. Terdapat dua keluarga *vine* yang umum digunakan yaitu *C-vine* (*canonical vines*) dan *D-vine*.

Definisi 3. (Kurowicka & Cooke, 2006) Sebuah regular *vine* disebut

1. *D-vine* jika masing-masing *node* pada T_1 memiliki derajat paling banyak dua dan

2. *C-vine* jika masing-masing *tree* T_j memiliki *node* unik dengan derajat $d - j$. *Node* unik pada T_1 disebut akar (*root*).

Penjabaran selanjutnya difokuskan pada pemaparan materi mengenai *C-vine copula*. Secara umum, fungsi densitas *C-vine* berdimensi n diberikan sebagai berikut (Aas *et al.*, 2009):

$$f(x) = \prod_{m=1}^d f(x_m) \prod_{j=1}^{d-1} \prod_{i=1}^{d-j} c_{j,j+i|1,\dots,j-1} \cdot \{F(x_j|x_1, \dots, x_{j-1}), F(x_{j+1}|x_1, \dots, x_{j-1})\}. \quad (5)$$

Berdasarkan fungsi densitas *C-vine* pada Persamaan (5), maka fungsi log *likelihood C-vine* diberikan oleh (Aas *et al.*, 2009)

$$l(x; \theta) = \sum_{j=1}^{d-1} \sum_{i=1}^{d-j} \sum_{t=1}^n \log c_{j,j+i|1,\dots,j-1} [F(x_{j,t}|x_{1,t}, \dots, x_{j-1,t}), F(x_{j+i,t}|x_{1,t}, \dots, x_{j-1,t})]. \quad (6)$$

Conditional Value at Risk dan Backtesting

Conditional value at risk (CVaR) merupakan suatu ukuran risiko yang memperhitungkan kerugian melebihi tingkat VaR.

Definisi 4. (Klugman *et al.*, 2008) *Value at risk* (VaR) dari peubah acak X pada tingkat kepercayaan 100p% adalah p -kuantil fungsi distribusi F dan dinyatakan sebagai

$$\text{VaR}_p(X) = \pi_p = F^{-1}(p). \quad (7)$$

Expected shortfall atau *conditional value at risk* (CVaR) dari peubah acak X pada tingkat kepercayaan 100p% merupakan ekspektasi kerugian apabila diketahui besar kerugian yang melebihi p -kuantil dari distribusi peubah acak X . Secara matematis diberikan

$$\text{CVaR}_p(X) = E(X|X > \text{VaR}_p(X)). \quad (8)$$

Embrechts *et al.* (2005) memperkenalkan dua ukuran *backtesting* untuk mengevaluasi kinerja model dalam mengestimasi CVaR. Ukuran *backtesting* tersebut yaitu V_1 dan V_2 . Statistik V_1 untuk suatu peluang p dirumuskan sebagai berikut:

$$V_1 = \frac{\sum_{t=1}^{W_T} (r_t - (-\widehat{\text{CVaR}}_t^p)) \mathbf{1}_{\{r_t < -\widehat{\text{VaR}}_t^p\}}}{\sum_{t=1}^{W_T} \mathbf{1}_{\{r_t < -\widehat{\text{VaR}}_t^p\}}} \quad (9)$$

dengan W_T adalah banyaknya data *return* yang digunakan untuk *backtesting*.

Statistik V_2 dirumuskan sebagai berikut:

$$V_2 = \frac{\sum_{t=1}^{WT} D_t \mathbf{1}_{\{D_t > D_p\}}}{\sum_{t=1}^{WT} \mathbf{1}_{\{D_t > D_p\}}} \quad (10)$$

dengan $D_t = (r_t - (-\widehat{CVaR}_t^p))$ dan D_p adalah p -kuantil empiris dari $\{D_t, t = 1, 2, \dots, T\}$.

Apabila V_1 dan V_2 dikombinasikan, maka menjadi statistik V sebagai berikut:

$$V = \frac{|V_1| + |V_2|}{2} \quad (11)$$

yang mendekati nol apabila model tersebut baik. Apabila suatu estimator CVaR memiliki kinerja yang baik, maka mutlak dari statistik V_1, V_2 , serta statistik V memiliki nilai yang kecil.

3. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah harga penutupan (*closing price*) harian indeks saham FTSE Austria (AUT), FTSE Ireland (IRL), dan FTSE Switzerland (SCH) periode 2 Januari 2007 sampai dengan 21 September 2018 sebanyak 3053 observasi. Data tersebut diakses melalui situs www.investing.com. Langkah-langkah analisis pada penelitian ini yaitu:

1. Menghitung *return* indeks saham.
2. Memeriksa stasioneritas pada masing-masing *return* indeks saham.
3. Memeriksa autokorelasi dan efek ARCH pada *return* maupun kuadrat *return* masing-masing indeks saham.
4. Memodelkan *return* indeks saham menggunakan model AR(1)-GJR-t (1,1) dan AR(1)-GARCH-t (1,1).
5. Memeriksa kembali efek autokorelasi dan heteroskedastisitas pada residual maupun kuadrat residual model.
6. Melakukan plot QQ data residual model dengan distribusi normal standar.
7. Memodelkan ekor kiri residual model dengan GPD.
8. Menghitung fungsi distribusi kumulatif model marginal.
9. Melakukan transformasi seragam [0,1].
10. Memodelkan distribusi bersama dengan pendekatan *vine copula*.

11. Simulasi *return* portofolio menggunakan *vine copula*.
12. Menghitung VaR dan CVaR portofolio.
13. Membandingkan kinerja metode EVT-GJR-*vine copula* dan EVT-GARCH-*vine copula* dalam menghitung CVaR portofolio menggunakan *backtesting*.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Risiko suatu portofolio dapat dianalisis melalui tingkat pengembalian (*return*) aset-aset penyusun portofolio tersebut. Oleh karena itu, untuk mengestimasi risiko suatu portofolio maka data harga penutupan harian indeks saham AUT, IRL, dan SCH perlu dikonversi menjadi *return*.

Tabel 1. Statistik Deskriptif *Return* Indeks Saham

Statistik Deskriptif	Return Indeks Saham		
	AUT	IRL	SCH
<i>Mean</i>	-0,000395	-0,000208	-0,000004
Deviasi Standar	0,019210	0,020261	0,012060
<i>Skewness</i>	-0,092749	-0,429981	-0,237982
Kurtosis	5,416244	7,344246	8,403218

Seperti halnya sebagian besar data deret waktu finansial, *return* dari indeks saham AUT, IRL, dan SCH tidak berdistribusi normal. Distribusi normal memiliki nilai *skewness* nol dan nilai kurtosis tiga sedangkan berdasarkan Tabel 1, *return* dari indeks saham AUT, IRL, dan SCH memiliki nilai *skewness* negatif dan nilai kurtosis yang lebih besar dari tiga. Nilai *skewness* yang negatif menunjukkan bahwa *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH distribusinya memiliki ekor kiri yang lebih panjang daripada ekor kanan. Hal ini berarti *return* dari ketiga indeks saham tersebut memiliki nilai ekstrem negatif yang lebih banyak, dibandingkan nilai ekstrem positif. Keadaan tersebut mengindikasikan besarnya kemungkinan terjadi kerugian yang disebabkan oleh nilai ekstrem negatif. Di sisi lain, kurtosis dari *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH yang bernilai lebih besar dari tiga menunjukkan adanya *excess* kurtosis yang mengindikasikan bahwa *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH memiliki kurva distribusi yang meruncing (leptokurtis).

Tabel 2. Uji Formal pada *Return* Indeks Saham

Uji Formal ($\alpha = 0,05$)	p – value <i>Return</i> Indeks Saham		
	AUT	IRL	SCH
ADF	0,01	0,01	0,01
Ljung-Box			
<i>Return</i>	$6,5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$6,6 \cdot 10^{-11}$
<i>Sqr.Return</i>	$< 2 \cdot 10^{-16}$	$< 2 \cdot 10^{-16}$	$< 2 \cdot 10^{-16}$
ARCH-LM			
<i>Return</i>	$< 2 \cdot 10^{-16}$	$< 2 \cdot 10^{-16}$	$< 2 \cdot 10^{-16}$
<i>Sqr.Return</i>	$< 2 \cdot 10^{-16}$	$< 2 \cdot 10^{-16}$	$< 2 \cdot 10^{-16}$
corr (r_t^2, r_{t-1})	-0,131	-0,079	-0,189

Suatu data deret waktu belum dapat dianalisis apabila data tersebut belum memenuhi asumsi stasioneritas. Stasioneritas merupakan dasar dari suatu analisis deret waktu (Tsay, 2002). Identifikasi stasioneritas pada *return* indeks saham dilakukan menggunakan uji *augmented* Dickey-Fuller (ADF) dengan hipotesis nol yaitu terdapat akar unit pada *return* indeks saham. Berdasarkan Tabel 2, uji ADF dengan taraf signifikan $\alpha = 0,05$ pada *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH menunjukkan p – value = $0,01 < \alpha = 0,05$ sehingga cukup bukti untuk menolak hipotesis nol. Hal ini berarti tidak terdapat akar unit sehingga *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH stasioner.

Autokorelasi merupakan korelasi antara observasi data pada waktu ke- t dan observasi data pada waktu-waktu sebelumnya ($t - 1, t - 2, \dots$). Uji formal Ljung-Box digunakan untuk memastikan keberadaan efek autokorelasi pada data *return* dan kuadrat *return* (*sqr. return*) dengan hipotesis nol yaitu tidak terdapat autokorelasi pada data. Berdasarkan Tabel 2, uji Ljung-Box pada *return* dan kuadrat *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH menunjukkan p – value masing-masing indeks saham kurang dari taraf signifikan $\alpha = 0,05$ sehingga cukup bukti untuk menolak hipotesis nol mengenai ketiadaan autokorelasi pada data. Hal ini berarti terdapat efek autokorelasi pada *return* maupun kuadrat *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH. Keberadaan autokorelasi pada kuadrat *return* indeks saham mengindikasikan adanya peristiwa pengelompokan volatilitas yang menunjukkan varians data tidak konstan atau disebut dengan heteroskedastisitas.

Keberadaan heteroskedastisitas atau efek ARCH semakin diperjelas melalui hasil uji

formal ARCH-LM pada Tabel 2. Nilai p – value uji ARCH-LM pada *return* dan kuadrat *return* masing-masing indeks saham kurang dari taraf signifikan $\alpha = 0,05$ sehingga cukup bukti untuk menolak hipotesis nol mengenai ketiadaan efek ARCH. Hasil ini menunjukkan bahwa terdapat efek ARCH pada *return* maupun kuadrat *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH.

Selain keberadaan efek ARCH, pada data *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH terdeteksi pula keberadaan efek asimetris atau dikenal juga dengan *leverage effect*. Efek asimetris merupakan respons volatilitas yang berbeda terhadap kenaikan dan penurunan *return* aset. Guncangan negatif lebih meningkatkan volatilitas dibandingkan guncangan positif (*good news*). Zivot (2008) menyarankan pengujian efek asimetris dengan menghitung nilai korelasi antara kuadrat *return* aset r_t^2 dan *return* aset pada periode ke $t - 1$ yaitu r_{t-1} . Nilai korelasi yang negatif mengindikasikan keberadaan efek asimetris pada data. Berdasarkan Tabel 2, nilai korelasi antara kuadrat *return* aset dan *return* aset pada periode ke $t - 1$ bernilai negatif untuk masing-masing *return* indeks saham. Hal ini menunjukkan adanya efek asimetris pada *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH.

Berdasarkan identifikasi data yang telah dilakukan, keberadaan efek autokorelasi pada ketiga *return* indeks saham mengindikasikan bahwa pemodelan rata-rata bersyarat perlu diterapkan pada *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH. Di sisi lain, keberadaan efek asimetris, heteroskedastisitas, dan autokorelasi pada *return* dan kuadrat *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH perlu diakomodasi menggunakan model heteroskedastisitas asimetris. Pada penelitian ini, model heteroskedastisitas asimetris yang digunakan untuk memodelkan varians *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH yaitu Glosten, Jagannathan, dan Runkle GARCH disingkat GJR. Sebagai pembanding, diterapkan pula model heteroskedastisitas simetris yaitu GARCH (1,1) yang dalam berbagai literatur dinyatakan dapat mengakomodasi efek heteroskedastisitas pada data finansial dengan baik.

Berdasarkan studi empiris yang dilakukan oleh McNeil & Frey (2000) dan Huang *et al.* (2011), maka pada penelitian ini diterapkan dua model yang berbeda pada *return* masing-masing indeks saham yaitu model AR(1)-GARCH(1,1) dan AR(1)-GJR(1,1). Inovasi distribusi yang digunakan untuk memodelkan galat dari model heteroskedastisitas bersyarat pada penelitian ini yaitu distribusi *student-t* guna mengakomodasi keberadaan ekor gemuk pada distribusi *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH.

Pengujian efek ARCH dan autokorelasi perlu dilakukan pada residual model AR(1)-GARCH(1,1) dan AR(1)-GJR(1,1) untuk mengetahui keefektifan kinerja model GARCH-t(1,1) dan GJR-t(1,1) dalam mengakomodasi keberadaan efek ARCH dan autokorelasi pada

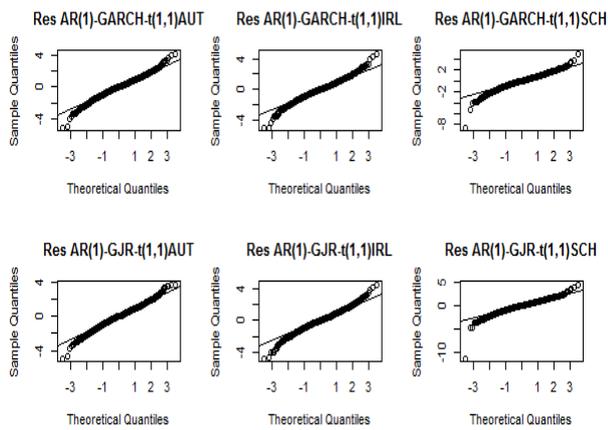
return indeks saham AUT, IRL, dan SCH. Berdasarkan Tabel 3, p – value uji Ljung-Box masing-masing residual dan kuadrat residual model lebih besar daripada taraf signifikan $\alpha = 0,05$ sehingga tidak cukup bukti untuk menolak hipotesis nol. Hal ini mengindikasikan ketiadaan efek autokorelasi pada residual maupun kuadrat residual model AR(1)-GARCH-t(1,1) dan AR(1)-GJR-t(1,1). Ketiadaan autokorelasi pada residual model menunjukkan bahwa residual model AR(1)-GARCH-t(1,1) dan AR(1)-GJR-t(1,1) berdistribusi bebas dan identik (*independent identically distributed*), disingkat IID. Keadaan residual model yang IID telah memenuhi asumsi yang diperlukan oleh *extreme value theory* sehingga akan digunakan untuk identifikasi nilai ekstrem pada tahap selanjutnya.

Tabel 3. Uji Ljung-Box dan ARCH-LM Residual Model AR(1)-GARCH-t(1,1) dan AR(1)-GJR-t(1,1)

Uji Formal	p – value Residual Model					
	AR(1)-GARCH-t(1,1)			AR(1)-GJR-t(1,1)		
	AUT	IRL	SCH	AUT	IRL	SCH
Ljung-Box						
Residual	0,7910	0,6167	0,0640	0,7689	0,5600	0,0699
Kuadrat residual	0,9644	0,7032	0,2173	0,9327	0,6742	0,3361
ARCH-LM						
Residual	0,7091	0,8635	0,3433	0,5726	0,8460	0,6151
Kuadrat residual	0,9951	0,9995	0,9996	0,9936	0,9979	1,0000

Di sisi lain, uji ARCH-LM pada residual dan kuadrat residual model menunjukkan p – value lebih besar dari taraf signifikan $\alpha = 0,05$ sehingga tidak cukup bukti untuk menolak hipotesis nol. Hal ini berarti tidak ada efek ARCH pada residual maupun kuadrat residual model AR(1)-GARCH-t(1,1) dan AR(1)-GJR-t(1,1). Ketiadaan efek autokorelasi dan efek ARCH pada residual maupun kuadrat residual model menunjukkan bahwa penerapan GARCH-t(1,1) serta GJR-t(1,1) telah dapat mengakomodasi keberadaan autokorelasi dan heteroskedastisitas pada data. Dengan kata lain, model GARCH-t(1,1) dan GJR-t(1,1) telah dapat

memodelkan volatilitas *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH dengan baik sehingga tidak terdapat lagi efek ARCH dan efek autokorelasi pada residual model. Selain efek autokorelasi dan heteroskedastisitas, *return* indeks saham AUT, IRL, dan SCH juga memiliki ekor distribusi yang lebih memanjang ke kiri. Ketidaksimetrisan pada ekor distribusi mengindikasikan keberadaan ekor gemuk yang menyebabkan besarnya peluang kejadian ekstrem. Keberadaan ekor gemuk secara grafis dapat pula ditunjukkan oleh plot kuantil-kuantil atau disingkat plot QQ.



Gambar 1. Plot QQ Kuantil Residual Model AR(1)-GARCH-t(1,1) dan AR(1)-GJR-t(1,1) dengan Distribusi Normal

Plot QQ pada Gambar 1. menunjukkan hubungan antara kuantil residual model AR(1)-GARCH-t(1,1) dan AR(1)-GJR-t(1,1) dengan kuantil distribusi normal standar. Terlihat bahwa titik-titik pada bagian ekor atas maupun ekor bawah distribusi tidak berhimpit atau melenceng dari garis lurus. Hal ini menunjukkan bahwa residual model tidak mengikuti distribusi normal dan memiliki ekor distribusi yang lebih gemuk jika dibandingkan dengan distribusi normal. Keberadaan ekor gemuk pada residual model AR(1)-GARCH-t(1,1) dan AR(1)-GJR-t(1,1) perlu dimodelkan menggunakan teori nilai ekstrem atau *extreme value theory* disingkat EVT.

Analisis selanjutnya difokuskan pada ekor kiri distribusi karena ekor kiri distribusi mencerminkan nilai ekstrem negatif penyebab risiko investasi. Pemodelan nilai ekstrem pada residual model AR(1)-GARCH-t(1,1) dan AR(1)-GJR-t(1,1) dilakukan menggunakan pendekatan *peak over threshold* disingkat POT.

Identifikasi nilai ekstrem menggunakan metode *peak over threshold* diawali dengan penentuan ambang batas atau *threshold* u . Chaves-Demoulin (1999) dalam Zuhara *et al.* (2012) menyarankan untuk memilih ambang batas u sedemikian hingga data yang berada di atas ambang batas u kurang lebih 10 % dari keseluruhan data. Sepuluh persen dari data ekor kiri residual model yang telah terurut dengan urutan naik dimodelkan menggunakan GPD sehingga diperoleh sebanyak $10\% \times 2289 \approx 229$ data ekstrem. Pemodelan GPD pada ekor kiri distribusi dilakukan berdasarkan Teorema 1 bahwa fungsi distribusi dari data amatan yang berada di atas ambang batas u dapat dihipotesiskan dengan fungsi distribusi GPD.

Estimasi parameter GPD menggunakan *maximum likelihood estimator* dapat dilihat pada Tabel 4. Nilai positif pada estimasi parameter bentuk ξ diberikan oleh residual model AR(1)-GARCH-t(1,1) dan AR(1)-GJR-t(1,1) pada indeks saham SCH serta residual AR(1)-GARCH-t(1,1) pada indeks saham AUT. Nilai estimasi parameter bentuk ξ yang lebih besar dari nol mengindikasikan data amatan di atas *threshold* u memiliki ekor distribusi yang gemuk dan mengikuti distribusi Pareto. Di sisi lain, residual model AR(1)-GARCH-t(1,1) dan AR(1)-GJR-t(1,1) pada indeks saham IRL serta residual AR(1)-GJR-t(1,1) pada indeks saham AUT bernilai negatif. Nilai negatif pada estimasi parameter bentuk ξ menunjukkan bahwa data amatan di atas *threshold* u mengikuti distribusi Pareto II serta memiliki ekor distribusi yang lebih pendek dibandingkan dengan ekor distribusi indeks saham SCH.

Estimasi parameter GPD pada Tabel 4 digunakan untuk membangkitkan bilangan acak berdistribusi GPD sehingga diperoleh distribusi

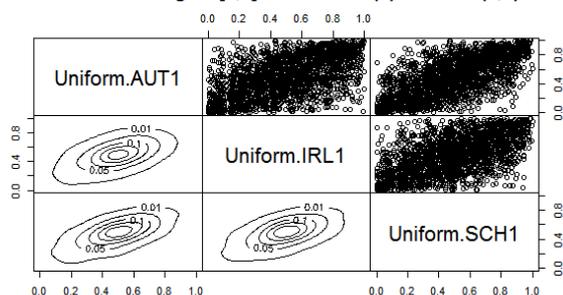
Tabel 4. Estimasi Parameter Model GPD Menggunakan MLE

Parameter	AR(1)-GARCH-t(1,1)			AR(1)-GJR-t(1,1)		
	AUT	IRL	SCH	AUT	IRL	SCH
Ambang batas (u)	-1,30122	-1,22439	-1,25146	-1,26574	-1,23084	-1,24725
Data lebihan	229	229	229	229	229	229
Param Skala ($\hat{\beta}$)	0,59070	0,66087	0,68978	0,64945	0,65692	0,64035
Param Bentuk ($\hat{\xi}$)	0,01463	-0,03476	0,03722	-0,06828	-0,04145	0,08802

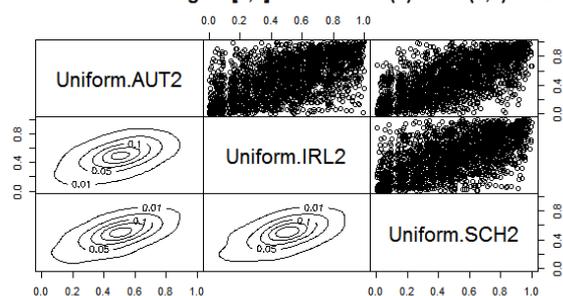
dengan ekor kiri berdistribusi GPD dan distribusi *student-t* pada bagian lainnya. Residual model marginal dari masing-masing indeks saham selanjutnya digunakan untuk melakukan pemodelan struktur kebergantungan antarindeks saham dalam portofolio menggunakan *copula*.

Struktur kebergantungan antarindeks saham memberikan informasi mengenai perilaku indeks saham dalam portofolio. Residual model AR(1)-GARCH-t(1,1)-GPD dan AR(1)-GJR-t(1,1)-GPD dari masing-masing indeks saham perlu ditransformasi menjadi distribusi seragam standar (uniform) [0,1] menggunakan *probability integral transformation*. Hal ini perlu dilakukan karena *copula* terdefinisi pada domain [0,1]. Plot kontur dan plot pencar data hasil transformasi seragam [0,1] dari residual AR(1)-GARCH-t(1,1)-GPD dan AR(1)-GJR-t(1,1)-GPD diberikan pada Gambar 2.

Transformasi Seragam [0,1] Residual AR(1)-GARCH-t(1,1)-GPD



Transformasi Seragam [0,1] Residual AR(1)-GJR-t(1,1)-GPD



Gambar 2. Plot Kontur dan Plot Pencar Data Transformasi Seragam [0,1] dari Residual AR(1)-GARCH-t(1,1)-GPD dan AR(1)-GJR-t(1,1)-GPD

Gambar 2 menunjukkan titik-titik pada plot pencar data hasil transformasi seragam [0,1] dari residual AR(1)-GARCH-t(1,1)-GPD dan AR(1)-GJR-t(1,1)-GPD yang cenderung mengelompok dibagian tengah. Hal ini mengindikasikan indeks saham AUT, IRL, dan SCH tidak memiliki

kebergantungan pada bagian ekor atas maupun ekor bawah. Ketiadaan dependensi pada bagian ekor semakin diperjelas melalui visualisasi plot kontur yang memperlihatkan garis kontur lebih rapat dibagian tengah.

Data hasil transformasi seragam [0,1] selanjutnya digunakan untuk melakukan segala proses yang berhubungan dengan analisis struktur kebergantungan. Pada kasus trivariat terdapat $\frac{3!}{2} = 3$ kemungkinan dekomposisi *C-vine copula*. Pemilihan dekomposisi *C-vine copula* yang sesuai untuk memodelkan kebergantungan antarindeks saham dalam portofolio dilakukan dengan terlebih dahulu menentukan indeks saham yang bertindak sebagai peubah kunci (*root*). Peubah kunci dalam hal ini merupakan indeks saham yang berinteraksi dengan seluruh indeks saham lain dalam portofolio. Penentuan peubah kunci dilakukan dengan mempertimbangkan indeks saham yang memiliki nilai kebergantungan paling besar dengan indeks saham lain dalam portofolio. Tabel 5 menunjukkan nilai kebergantungan antarindeks saham menggunakan ukuran kebergantungan Spearman's rho.

Berdasarkan Tabel 5, nilai positif pada Spearman's rho menunjukkan hubungan kebergantungan yang positif antarindeks saham dalam portofolio. Hubungan kebergantungan yang positif mengindikasikan indeks saham AUT, IRL, dan SCH memiliki pergerakan yang searah. Hal ini berarti penurunan nilai *return* suatu indeks saham akan diikuti oleh penurunan nilai *return* indeks saham lainnya, begitu pula sebaliknya. Tanda bintang (*) pada Tabel 5 menunjukkan nilai Spearman's rho paling besar yang menyatakan hubungan kebergantungan antarindeks saham tererat dalam portofolio.

Berdasarkan Tabel 5, indeks saham SCH memiliki nilai kebergantungan paling besar dengan indeks saham AUT maupun IRL. Oleh karena itu, indeks saham SCH cukup tepat dijadikan sebagai peubah kunci (*root*) dalam struktur dekomposisi *C-vine copula* antarindeks saham dalam portofolio.

Parameter *C-vine copula* diestimasi menggunakan *maximum likelihood estimator* (MLE). Hasil estimasi parameter *C-vine copula* dari data transformasi seragam residual model AR(1)-GARCH-t(1,1)-GPD dan AR(1)-GJR-t(1,1)-GPD berturut-turut diberikan pada Tabel 6 dan Tabel 7.

Berdasarkan Tabel 6 dan Tabel 7, nilai parameter Clayton *copula*, Gumbel *copula*, dan Frank *copula* pada kedua model tidak memperlihatkan perbedaan yang signifikan.

Penentuan jenis *copula* terbaik dilakukan dengan memilih nilai kriteria Akaike (AIC) dan kriteria Bayes (BIC) terkecil. Frank *copula* memiliki nilai AIC dan BIC paling kecil pada model AR(1)-GARCH-t(1,1)-GPD maupun AR(1)-GJR-t(1,1)-GPD. Oleh karena itu, jika dibandingkan dengan Clayton dan Gumbel *copula* maka Frank *copula* merupakan jenis *copula* terbaik yang dapat memodelkan ketergantungan antarindeks saham dalam portofolio pada penelitian ini.

Tabel 5. Nilai Spearman's Rho Transformasi Seragam [0,1]

Spearman's Rho	Transformasi Seragam [0,1] Residual Model					
	AR(1)-GARCH-t(1,1)-GPD			AR(1)-GJR-t(1,1)-GPD		
	AUT	IRL	SCH	AUT	IRL	SCH
AUT	1,000000	0,559903	0,671035*	1,000000	0,554208	0,662607*
IRL	0,559903	1,000000	0,595498*	0,554208	1,000000	0,590965*
SCH	0,671035	0,595498	1,000000	0,662607	0,590965	1,000000

Tabel 6. Estimasi Parameter *C-vine Copula* dari Transformasi Seragam [0,1] Residual AR(1)-GARCH-t(1,1)-GPD

<i>Copula</i>	<i>Tree</i>	<i>Edge</i>	Parameter	LL	AIC	BIC
Clayton	1	3,1	1,37 (0,04)	1060,44	-2114,88	-2097,67
		3,2	1,12 (0,04)			
	2	2,1 3	0,25 (0,00)			
Gumbel	1	3,1	2,14 (0,07)	1366,17	-2726,35	-2709,14
		3,2	1,92 (0,06)			
	2	2,1 3	1,16 (0,00)			
Frank	1	3,1	6,58 (0,32)	1395,11	-2784,22	-2767,01
		3,2	5,60 (0,28)			
	2	2,1 3	1,82 (0,15)			

Tabel 7. Estimasi Parameter *C-vine Copula* dari Transformasi Seragam [0,1] Residual AR(1)-GJR-t(1,1)-GPD

<i>Copula</i>	<i>Tree</i>	<i>Edge</i>	Parameter	LL	AIC	BIC
Clayton	1	3,1	1,28 (0,05)	1016,02	-2026,03	-2008,82
		3,2	1,09 (0,04)			
	2	2,1 3	0,25 (0,00)			
Gumbel	1	3,1	2,04 (0,09)	1280,81	-2555,61	-2538,41
		3,2	1,87 (0,08)			
	2	2,1 3	1,16 (0,01)			
Frank	1	3,1	6,25 (0,33)	1331,18	-2660,37	-2643,16
		3,2	5,41 (0,28)			
	2	2,1 3	1,82 (0,15)			

Dalam mengestimasi nilai *conditional value at risk* (CVaR) portofolio, perlu dilakukan simulasi *return* pada masing-masing indeks saham penyusun portofolio yang selanjutnya digunakan untuk membentuk *return* portofolio. Sebelum melakukan simulasi *return*, dilakukan penentuan bobot masing-masing indeks saham penyusun portofolio tersebut. Bobot atau proporsi dana yang digunakan yaitu sebesar $\frac{1}{3}$ pada masing-masing indeks saham penyusun portofolio. Setelah memperoleh *return* portofolio, hal lain yang perlu ditentukan sebelum mengestimasi nilai CVaR portofolio yaitu menentukan tingkat kepercayaan serta periode *holding*. Tingkat kepercayaan yang digunakan pada penelitian ini yaitu sebesar 90%, 95%, dan 99%. Di sisi lain, periode *holding* atau lama investor untuk tetap menahan atau memegang investasi diasumsikan satu hari.

CVaR merupakan ukuran risiko yang memperhitungkan besarnya kerugian melebihi nilai VaR. Oleh karena itu, sebelum

mengestimasi nilai CVaR portofolio, terlebih dahulu perlu dihitung nilai VaR portofolio. Tabel 8 menyajikan nilai VaR dan CVaR harian menggunakan model EVT-GARCH-*vine copula* dan EVT-GJR-*vine copula*. Misalkan dengan menginvestasikan modal sebesar \$1.000.000, maka nilai kerugian maksimum yang mungkin dialami investor satu hari ke depan pada tingkat kepercayaan 90 % menggunakan Clayton *copula* dengan metode EVT-GJR-*vine copula* yaitu sebesar $2,7345\% \times \$1.000.000 = \27.345 sedangkan dengan metode EVT-GARCH-*vine copula* yaitu sebesar $3,0339\% \times \$1.000.000 = \30.339 . Interpretasi serupa berlaku pula untuk jenis *copula* lainnya.

Nilai VaR dan CVaR pada Tabel 8 selanjutnya digunakan untuk mengetahui perbandingan kinerja metode EVT-GARCH-*vine copula* dan EVT-GJR-*vine copula* dalam mengestimasi CVaR portofolio menggunakan *backtesting*.

Tabel 8. Estimasi *Value at Risk* dan *Conditional Value at Risk* Model EVT-GARCH-*Vine Copula* dan EVT-GJR-*Vine Copula*

<i>Copula</i>	Tingkat Kepercayaan	<i>Value at Risk</i> <i>Conditional Value at Risk</i> (dalam %)	
		EVT-GARCH- <i>Vine Copula</i>	EVT-GJR- <i>Vine Copula</i>
Clayton	90 %	1,7627	1,5522
		3,0339	2,7345
	95 %	2,5889	2,3282
3,9338		3,5689	
99 %	4,9157	4,0692	
	6,0349	5,9866	
Gumbel	90 %	1,7384	1,6032
		2,8394	2,5909
	95 %	2,4273	2,2408
3,6379		3,3317	
99 %	4,3699	3,6313	
	5,4850	5,3966	
Frank	90 %	1,8291	1,6515
		2,9138	2,6485
	95 %	2,5543	2,2872
3,6902		3,3644	
99 %	4,3870	3,7858	
	5,5442	5,4134	

Tabel 9. Nilai Statistik V_1, V_2 , dan V untuk *Backtesting Conditional Value at Risk*

Copula	Tingkat Kepercayaan pada CVaR	V_1 V_2 V	
		EVT-GARCH-Vine Copula	EVT-GJR-Vine Copula
Clayton	90 %	0,003910345	0,002950183
		0,009117195	0,006123463
		0,006513770	0,004536823
	95 %	-0,006219807	-0,003906699
		0,018116146	0,014466847
		0,012167977	0,009186773
	99 %	-0,002972855	0,004083060
		0,039127265	0,038644800
		0,021050060	0,021363930
Gumbel	90 %	0,001965095	0,0003765701
		0,007171945	0,0046875065
		0,004568520	0,0025320383
	95 %	-0,003215737	-0,006421112
		0,015157810	0,011952434
		0,009186773	0,009186773
	99 %	-0,008471319	-0,001816979
		0,033628801	0,032744758
		0,021050060	0,017280868
Frank	90 %	0,001810910	0,00005661807
		0,007916761	0,005263468
		0,004863836	0,002660043
	95 %	-0,008655152	-0,005951614
		0,015680802	0,012421933
		0,012167977	0,009186773
	99 %	-0,007879545	-0,001648929
		0,034220575	0,032912807
		0,021050060	0,017280868

Backtesting model CVaR merupakan suatu prosedur untuk membandingkan nilai estimasi CVaR dengan data *return* historis sehingga dapat disimpulkan kinerja suatu model CVaR dalam mengestimasi risiko portofolio. Metode *backtesting* CVaR yang digunakan pada penelitian ini yaitu *V-test*. Terdapat dua ukuran pada *V-test* yaitu V_1 dan V_2 . Adapun kombinasi dari kedua ukuran tersebut yaitu nilai statistik V . Nilai statistik V_1, V_2 , dan V dari metode EVT-GARCH-vine copula dan EVT-GJR-vine copula dapat dilihat pada Tabel 9. Untuk menilai kinerja suatu model, maka nilai statistik V_1 dan V_2 yang diperoleh pada Tabel 9 harus dimutlakan terlebih dahulu. Apabila suatu model memiliki kinerja yang baik, maka harga mutlak dari V_1 dan V_2 memiliki nilai yang kecil. Oleh karena statistik V merupakan kombinasi dari ukuran V_1

dan V_2 , maka nilai statistik V yang kecil juga mengindikasikan bahwa model tersebut memiliki kinerja yang baik dalam mengestimasi CVaR portofolio.

Berdasarkan Tabel 9, sebagian besar nilai statistik V_1, V_2 , dan V pada metode EVT-GJR-vine copula memiliki nilai yang lebih kecil dibandingkan dengan nilai statistik V_1, V_2 , dan V pada metode EVT-GARCH-vine copula. Hal ini menunjukkan bahwa metode EVT-GJR-vine copula memiliki kinerja yang lebih baik apabila dibandingkan dengan metode EVT-GARCH-vine copula dalam mengestimasi nilai CVaR portofolio pada studi kasus ini.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan uraian hasil dan pembahasan, disimpulkan bahwa pada studi kasus ini metode EVT-GJR-*vine copula* memiliki kinerja yang lebih baik apabila dibandingkan dengan metode EVT-GARCH-*vine copula* dalam mengestimasi nilai CVaR portofolio yang terdiri atas indeks saham FTSE Austria (AUT), FTSE Ireland (IRL), dan FTSE Switzerland (SCH). Hal ini berdasarkan nilai statistik V_1, V_2 , dan V pada metode EVT-GJR-*vine copula* yang secara

umum lebih kecil daripada nilai statistik V_1, V_2 , dan V dari metode EVT-GARCH-*vine copula*.

Pemilihan struktur dekomposisi pada penelitian ini hanya melibatkan variasi struktur dekomposisi dari keluarga *C-vine*. Pada penelitian selanjutnya diharapkan dapat melibatkan struktur dekomposisi dari keluarga *D-vine* dan *regular vine* secara umum serta melibatkan *copula* bivariat dengan jenis yang lebih beragam.

DAFTAR PUSTAKA

- Aas, K., Czado, C., Frigessi, A., & Bakken, H. (2009). Pair Copula Constructions of Multiple Dependence. *Insurance, Mathematics, and Economics*, 44, 182-198.
- Brooks, C. (2008). *Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Danielsson, J. (2011). *Financial Risk Forecasting: The Theory and Practice of Forecasting Market Risk with Implementation in R and Matlab*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd.
- Dharmawan, K. (2015). Estimasi Nilai AVaR Menggunakan Model GJR dan Model GARCH. *Jurnal Matematika*, 5(2), 117-127.
- Embrechts, P., Kaufmann, R., & Patie, P. (2005). Strategic Long-Term Financial Risks: Single Risk Factors. *Computational Optimization and Applications*, 32, 61-90.
- Franke, J., Härdle, W. K., & Hafner, C. M. (2011). *Statistics of Financial Markets: An Introduction*. Third Edition. London: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Huang, S.-C., Chien, Y.-H., & Wang, R.-C. (2011). Applying GARCH-EVT-Copula Models for Portfolio Value at Risk on G7 Currency Markets. *International Research Journal of Finance and Economics*(74), 136-151.
- Investing, [online]. Available at: http://www.investing.com/indices/global-indices?majorIndices=on&r_id=3 terakhir diakses 22 September 2018.
- Klugman, S. A., Panjer, H. H., & E. Willmot, G. (2008). *Loss Models from Data to Decisions*. Third Edition. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Kurowicka, D., & Cooke, R. (2006). *Uncertainty Analysis with High Dimensional Dependence Modelling*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.
- McNeil, A. J., & Frey, R. (2000). Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: An Extreme Value Approach. *Journal of Empirical Finance*, 7(3), 271-300.
- McNeil, A. J., Frey, R., & Embrechts, P. (2005). *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. Princeton: Princeton University Press.
- Sumarjaya, I. W. (2013). Memodelkan Ketergantungan dengan Kopula. *Jurnal Matematika*, 3(1), 34-42.
- Tsay, R. S. (2002). *Analysis of Financial Time Series Financial Econometrics*. Chicago: John Wiley & Sons, Inc.
- Yamai, Y., & Yoshida, T. (2005). Value at Risk Versus Expected Shortfall: A Practical Perspective. *Journal of Banking & Finance*, 29, 997-1015.
- Zivot, E. (2008). *Practical Issues in the Analysis of Univariate GARCH Models*. Seattle: Department of Economics University of Washington.
- Zuhara, U., Akbar, M. S., & Haryono. (2012). Penggunaan Metode VaR (Value at Risk) dalam Analisis Risiko Investasi Saham dengan Pendekatan Generalized Pareto Distribution (GPD). *Jurnal Sains dan Seni ITS*, 1(1), 56-61.