

PERBANDINGAN KEKONVERGENAN METODE *CONDITIONAL MONTE CARLO* DAN *ANTITHETIC VARIATE* DALAM MENENTUKAN HARGA OPSI *CALL* TIPE *BARRIER*

Ni Luh Putu Kartika Wati¹⁵, Komang Dharmawan², Kartika Sari³

¹Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: kartika_wati10@yahoo.com]

²Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: k.dharmawan@unud.ac.id]

³Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: sarikaartika@unud.ac.id]

⁵Corresponding Author

ABSTRACT

Barrier option is an option where the payoff price depends on whether or not the stock price passes the barrier during its life time. The aim of the research is to compare the convergence between conditional Monte Carlo and antithetic variate methods in determining the call barrier option price. The call barrier option price is influenced by several factors: initial stock price, stock volatility, risk-free interest rate, maturity, strike price and barrier. The calculation of call barrier option price is obtained by simulating stock price movements with different simulation number. Based on the simulation result, it is obtained that the calculation of call barrier option price with conditional Monte Carlo method converge faster than the antithetic variate method.

Keywords: *Call Barrier Option, Conditional Monte Carlo and Antithetic Variate*

1. PENDAHULUAN

Opsi merupakan suatu kontrak antara pihak penerbit opsi (*writer*) dan pihak pemegang opsi (*holder*) yang memberikan hak, bukan kewajiban kepada *holder* untuk membeli atau menjual aset pokok dengan suatu harga tertentu (*strike price*) pada saat tertentu di masa yang akan datang (*expiration date*). Berdasarkan jenisnya, opsi dapat dibedakan menjadi dua yaitu opsi vanila dan opsi eksotik

Opsi *barrier* adalah salah satu bagian dari opsi eksotik yang merupakan suatu opsi di mana *payoff*-nya bergantung pada apakah harga aset melewati *barrier* atau tidak selama masa hidup opsi tersebut. Opsi *barrier* terdiri atas opsi *call* dan opsi *put* yang terbagi atas empat jenis yaitu *up and in*, *up and out*, *down and in* dan *down and out*. Terdapat beberapa metode yang digunakan untuk menentukan harga opsi, diantaranya metode Black-Scholes, metode Binomial *Tree*, dan Monte Carlo (Higham, 2004).

Pada penelitian Wang & Wang (2011), harga opsi *put* tipe *barrier down and out*

dihitung menggunakan metode Monte Carlo standar dan *variance reduction*. Monte Carlo *variance reduction* yang digunakan adalah *control variate*, *antithetic variate*, *conditional Monte Carlo* dan kombinasi *conditional Monte Carlo* dengan *importance sampling*. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa penentuan harga opsi *put* tipe *barrier down and out* menggunakan metode *control variate* dan *antithetic variate* menghasilkan *standard error* yang lebih kecil dibandingkan metode *conditional Monte Carlo* dan kombinasi *conditional Monte Carlo* dengan *importance sampling*. Selain itu, Artini (2016) mengestimasi *Value At Risk* (Var) pada opsi beli tipe Asia yang dihitung menggunakan metode *Importance Sampling*. Kemudian Artanadi *et al.* (2016) juga menghitung harga opsi beli tipe Asia dengan metode Monte Carlo-*control variate* dan Putri *et al.* (2018) menghitung harga opsi *put* tipe *barrier down and out* menggunakan metode *antithetic variate*

yang hasil perhitungannya dibandingkan dengan metode Monte Carlo standar.

Sehubungan dengan hasil penelitian Wang & Wang (2011), serta mengingat *conditional Monte Carlo* dan *antithetic variate* merupakan bagian dari Monte Carlo *variance reduction* yang konvergensinya cepat maka penulis tertarik untuk membandingkan kekonvergenan dari metode *conditional Monte Carlo* dan *antithetic variate* dalam menentukan harga opsi *call tipe barrier down and out*.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Metode *conditional Monte Carlo* merupakan salah satu pengembangan dari metode Monte Carlo standar di mana metode ini memanfaatkan teknik pengurangan varians. Metode *conditional Monte Carlo* merupakan suatu teknik untuk mengatasi data yang memiliki varians yang besar. Hal ini dapat dilakukan dengan cara mentransformasi peubah-peubah menggunakan nilai harapan bersyarat sehingga varians dari data dapat berkurang (Kroese *et al.*, 2011).

Pergerakan harga saham dari opsi *barrier* mengikuti gerak Brown geometrik dengan suku bunga bebas risiko r dan volatilitas σ dengan rumus:

$$S_t = S_{t_0} e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma Z\sqrt{\Delta t}} \quad (1)$$

Menurut Boyle *et al.* (1997), perhitungan opsi tipe *barrier* diawali dengan membangkitkan bilangan acak yang berdistribusi normal standar sehingga diperoleh vektor harga saham

$$\mathbf{S} = \{S_{t_0}, S_{t_1}, \dots, S_{t_B}\}.$$

Selanjutnya menghitung harga opsi *call tipe barrier down and in* dengan rumus:

$$E(E(P|\mathbf{S})) = E\left(BS(S_{t_B}, K, r, T - \tau_B, \sigma)I_{\{\tau_B \leq T\}}\right)$$

dengan menggunakan model Black-Scholes diperoleh $BS(S_t, K, r, T - t, \sigma)$ dan harga opsi *call tipe Eropa*. Setelah itu mengurangkan opsi *call tipe Eropa* dengan opsi *call tipe barrier down and in* sehingga diperoleh harga opsi *call tipe barrier down and out*.

Perhitungan harga opsi menggunakan metode *antithetic variates* mengikuti gerak Brown geometrik dengan cara membangkitkan dua bilangan acak yang berdistribusi normal standar dan dilanjutkan dengan menentukan nilai duga

$$\hat{S}^+ = S_{t_0} e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma Z\sqrt{\Delta t}} \quad (2)$$

dan nilai duga *antithetic* yaitu:

$$\hat{S}^- = S_{t_0} e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t - \sigma Z\sqrt{\Delta t}} \quad (3)$$

Selanjutnya menghitung harga opsi *call tipe barrier down and out* untuk masing masing nilai duga dengan persamaan berikut:

$$P = e^{-rT} \max(S_t - K, 0)I_{\{\tau_B \leq T\}} \quad (4)$$

3. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan adalah data kuantitatif. Sumber data yang digunakan adalah data sekunder, yaitu menggunakan data historis berupa harga penutupan (*closing price*) harian dari saham PT. Bank Negara Indonesia Tbk. dengan kode saham BBNI.JK. Data tersebut merupakan data harga penutupan harian selama satu tahun yang dimulai dari 19 Desember 2016 sampai dengan 15 Desember 2017 sebanyak 253 luaran saham yang dapat diakses melalui situs <http://finance.yahoo.com>

Adapun langkah-langkah dalam menentukan harga opsi *call tipe barrier down and out* adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data harga saham Bank Negara Indonesia
2. Menentukan nilai *return* saham
3. Menentukan volatilitas saham
4. Menentukan nilai harga saham awal (S_{t_0}), suku bunga bebas risiko (r), waktu jatuh tempo (T), *barrier* (B), volatilitas saham (σ) dan memilih *strike price* (K).
5. Menghitung nilai opsi *call tipe barrier down and out* dengan metode *conditional Monte Carlo*
 - a. Membangkitkan bilangan acak yang berdistribusi normal standar.
 - b. Menghitung nilai estimasi harga saham pada periode yang telah ditentukan dengan persamaan saham (1).

- c. Menghitung harga opsi *call* tipe Eropa dan harga opsi *call* tipe *barrier down and in* menggunakan model Black-Scholes
 - d. Menghitung masing-masing harga opsi *call* tipe *barrier down and out* dengan mengurangkan harga opsi *call* tipe Eropa dan harga opsi *call* tipe *barrier down and in*.
 - e. Ulangi langkah (a) sampai (d) sebanyak 50, 100, 200, 500, 600, 700, 800, 900, 1.000, 10.000, 100.000, dan 1.000.000 simulasi.
 - f. Menghitung rata-rata dari harga opsi sehingga diperoleh harga opsi *call* tipe *barrier down and out*.
6. Menghitung nilai opsi *call* tipe *barrier down and out* dengan metode *antithetic variate*
- a. Membangkitkan dua bilangan acak yang berdistribusi normal standar.
 - b. Menghitung nilai estimasi harga saham pada periode yang telah ditentukan dengan persamaan (2) dan (3).
 - c. Menghitung masing-masing harga opsi menggunakan persamaan (4)
 - d. Ulangi langkah (a) sampai (c) sebanyak sebanyak 50, 100, 200, 500, 600, 700, 800, 900, 1.000, 10.000, 100.000, dan 1.000.000 simulasi.
 - e. Menghitung rata-rata dari harga opsi sehingga diperoleh harga opsi *call* tipe *barrier down and out*.

Selanjutnya, membandingkan kekonvergenan hasil perhitungan harga opsi *call* tipe *barrier down and out* yang dihitung menggunakan metode *conditional Monte Carlo* dan *antithetic variate*.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data kuantitatif berupa data harga penutupan (*closing price*) harian dari saham BBNI.JK. Data tersebut merupakan data harga penutupan harian selama satu tahun yang dimulai dari 19 Desember 2016 sampai dengan 15 Desember 2017 sebanyak 253 keluaran

saham. Langkah-langkah dalam menentukan harga opsi adalah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai *return* saham menggunakan persamaan berikut:

$$R_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

Kemudian rata-rata nilai *return* saham dapat dihitung sebagai

$$\bar{R}_t = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_t$$

dan diperoleh nilai rata-rata *return* saham BBNI.JK sebesar 0.0021.

2. Setelah diperoleh nilai *return* dan rata-rata *return* saham BBNI.JK, dihitung nilai varians dari saham BBNI.JK Dengan bantuan *software* Microsoft Excel 2007 diperoleh nilai varians dari saham BBNI.JK adalah 0.0002.

Kemudian menghitung volatilitas tahunan saham menggunakan persamaan berikut :

$$\sigma = \sqrt{\text{Var} \times k}$$

sehingga diperoleh volatilitas tahunan saham BBNI.JK sebesar 0.231080235.

3. Menentukan parameter-parameter yang memengaruhi harga opsi diantaranya
 - a. Harga saham awal (S_{t_0}) yang digunakan yaitu sebesar Rp 9.375,-
 - b. Nilai volatilitas saham (σ) yang dihitung berdasarkan data *return* harga saham BBNI.JK. Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh volatilitas tahunan sebesar 0.2310.
 - c. Suku bunga bebas risiko (r) yang digunakan dalam penelitian ini diasumsikan konstan yaitu sebesar 5% per tahun yang merupakan suku bunga dari Bank Indonesia
 - d. Waktu jatuh tempo (T) dari kontrak opsi adalah setelah satu tahun.
 - e. *Strike price* (K) adalah suatu harga yang disepakati diawal kontrak opsi antara penerbit dan pemegang opsi. Harga kesepakatan yang digunakan dalam penelitian ini ada dua yaitu sebesar Rp 9.375,- dan Rp 9.500,-

f. Nilai *Barrier (B)* adalah suatu harga batasan yang disetujui dari kesepakatan antara penerbit dan pemegang opsi. Nilai *barrier* pada opsi beli *down and out* selalu lebih kecil dari harga saham awal dan lebih kecil pula dari harga kesepakatan (*K*). Dalam penelitian ini ditetapkan nilai *barrier B* = Rp 9.000,- dan Rp 9.300,-.

Dalam penelitian ini dilakukan simulasi harga opsi *call* tipe *barrier down and out* dengan jumlah simulasi sebanyak 50, 100, 200, 500, 600, 700, 800, 900, 1.000, 10.000, 100.000 dan 1.000.000.

Selanjutnya dengan bantuan *software Matlab* diperoleh hasil simulasi harga opsi *call* tipe *barrier down and out* dilanjutkan dengan membandingkan kekonvergenan hasil simulasi harga opsi *call* tipe *barrier down and out*.

Tabel 1. Perbandingan Hasil Simulasi Harga Opsi *Call* Tipe *Barrier Down and Out* dengan $K = 9.375$ dan $B = 9.000$

| Jumlah Simulasi | <i>Conditional Monte Carlo</i> | | <i>Antithetic Variate</i> | | Selisih <i>Standard Error</i> |
|-----------------|--------------------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|-------------------------------|
| | Harga Opsi | <i>Standard Error</i> | Harga Opsi | <i>Standard Error</i> | |
| 50 | 513,38 | 43,94 | 441,62 | 121,16 | 72,21 |
| 100 | 502,31 | 31,08 | 466,63 | 90,46 | 59,38 |
| 200 | 514,22 | 22,61 | 479,51 | 65,12 | 42,50 |
| 500 | 504,53 | 13,90 | 541,29 | 43,44 | 29,53 |
| 600 | 510,13 | 12,89 | 503,57 | 38,04 | 25,14 |
| 700 | 504,26 | 11,72 | 510,03 | 35,91 | 24,19 |
| 800 | 506,91 | 11,11 | 505,00 | 33,32 | 22,21 |
| 900 | 506,85 | 10,43 | 502,07 | 31,34 | 20,91 |
| 1.000 | 506,43 | 9,89 | 506,08 | 30,09 | 20,20 |
| 10.000 | 506,83 | 3,12 | 506,58 | 9,50 | 6,37 |
| 100.000 | 506,61 | 0,98 | 506,70 | 2,99 | 2,01 |
| 1.000.000 | 506,46 | 0,31 | 506,77 | 0,94 | 0,63 |

Sumber: Data diolah (2018)

Selanjutnya, berdasarkan Tabel 1 diketahui bahwa dengan nilai $K = 9.375$ dan $B = 9.000$ menggunakan metode *conditional Monte Carlo* dan *antithetic variate* diperoleh hasil perhitungan harga opsi konvergen yang sama yaitu sebesar Rp506,-. Apabila dilihat dari segi *standard error*, hasil simulasi harga opsi menggunakan metode *conditional Monte Carlo* memiliki *standard error* yang lebih kecil dibandingkan hasil

perhitungan harga opsi menggunakan metode *antithetic variate*. Selain itu, harga opsi dengan metode *conditional Monte Carlo* mulai konstan pada jumlah simulasi 800 sedangkan dengan metode *antithetic variate*, harga opsi baru konstan pada jumlah simulasi 1.000 sehingga hasil perhitungan harga opsi lebih cepat konvergen menggunakan metode *conditional Monte Carlo* dibandingkan dengan metode *antithetic variate*

Tabel 2. Perbandingan Hasil Simulasi Harga Opsi *Call* Tipe *Barrier Down and Out* dengan $K = 9.375$ dan $B = 9.300$

| Jumlah Simulasi | <i>Conditional Monte Carlo</i> | | <i>Antithetic Variate</i> | | Selisih <i>Standard Error</i> |
|-----------------|--------------------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|-------------------------------|
| | Harga Opsi | <i>Standard Error</i> | Harga Opsi | <i>Standard Error</i> | |
| 50 | 219,00 | 40,29 | 198,32 | 86,24 | 45,94 |
| 100 | 185,18 | 23,95 | 246,28 | 69,68 | 45,72 |
| 200 | 194,18 | 17,57 | 206,83 | 45,82 | 28,25 |
| 500 | 205,73 | 11,93 | 195,78 | 27,70 | 15,77 |
| 600 | 196,75 | 10,34 | 186,41 | 24,20 | 13,85 |
| 700 | 197,19 | 9,70 | 190,87 | 23,73 | 14,03 |
| 800 | 199,59 | 9,19 | 195,08 | 21,77 | 12,57 |
| 900 | 199,53 | 8,61 | 199,96 | 21,29 | 12,67 |
| 1.000 | 199,07 | 8,17 | 199,25 | 20,32 | 12,15 |
| 10.000 | 199,18 | 2,58 | 199,77 | 6,39 | 3,81 |
| 100.000 | 199,08 | 0,81 | 199,54 | 2,03 | 1,21 |
| 1.000.000 | 199,18 | 0,25 | 199,09 | 0,64 | 0,38 |

Sumber: Data diolah (2018)

Lebih lanjut lagi, berdasarkan Tabel 2 dapat dilihat perbedaan hasil simulasi dengan nilai $K = 9.375$ dan $B = 9.300$ dari segi *standard error* dan kekonvergenan hasil simulasi. Pada jumlah simulasi 1.000.000 *standard error* yang diperoleh dengan metode *conditional Monte Carlo* juga bernilai lebih kecil yaitu 0,25 dibandingkan dengan *standard error* yang diperoleh dengan metode *antithetic variate* yaitu sebesar 0,64. Oleh karena *standard error* yang diperoleh dengan menggunakan metode *conditional Monte Carlo* lebih kecil dibandingkan dengan metode *antithetic variate* maka metode *conditional Monte Carlo* lebih baik

digunakan untuk menghitung harga opsi *call* tipe *barrier down and out*.

Kedua, perbandingan kekonvergenan hasil simulasi harga opsi dapat dilihat pada harga opsi yang mulai konstan ketika simulasi dilakukan. Harga opsi yang diperoleh dengan metode *conditional Monte Carlo* mulai konstan pada jumlah simulasi 800 sedangkan dengan metode *antithetic variate* harga opsi baru mulai konvergen saat jumlah simulasi 900. Hal ini menunjukkan bahwa harga opsi yang dihitung menggunakan metode *conditional Monte Carlo* lebih cepat konvergen dibandingkan dengan metode *antithetic variate*.

Tabel 3. Perbandingan Hasil Simulasi Harga Opsi *Call* Tipe *Barrier Down and Out* dengan $K = 9.500$ dan $B = 9.000$

| Jumlah Simulasi | <i>Conditional Monte Carlo</i> | | <i>Antithetic Variate</i> | | Selisih <i>Standard Error</i> |
|-----------------|--------------------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|-------------------------------|
| | Harga Opsi | <i>Standard Error</i> | Harga Opsi | <i>Standard Error</i> | |
| 50 | 497,18 | 43,38 | 532,17 | 130,43 | 87,04 |
| 100 | 470,74 | 28,38 | 475,37 | 87,39 | 59,01 |
| 200 | 489,55 | 21,05 | 495,16 | 65,08 | 44,02 |
| 500 | 485,70 | 13,14 | 457,39 | 39,33 | 26,19 |
| 600 | 477,77 | 11,72 | 485,38 | 38,04 | 26,31 |
| 700 | 484,94 | 11,02 | 480,41 | 34,82 | 23,80 |
| 800 | 484,00 | 10,36 | 489,26 | 32,81 | 22,45 |
| 900 | 484,15 | 9,73 | 484,81 | 30,49 | 20,76 |
| 1.000 | 484,56 | 9,24 | 484,52 | 29,00 | 19,75 |
| 10.000 | 484,77 | 2,92 | 484,70 | 9,22 | 6,29 |
| 100.000 | 484,97 | 0,92 | 484,70 | 2,91 | 1,99 |
| 1.000.000 | 484,79 | 0,29 | 484,69 | 0,92 | 0,62 |

Sumber: Data diolah (2018)

Kemudian, perbedaan hasil simulasi juga dapat dilihat pada Tabel 3 yang menggunakan nilai $K = 9.500$ dan $B = 9.000$. Dengan jumlah simulasi 50 dengan metode *conditional Monte Carlo* diperoleh harga opsi sebesar 497,18 dengan *standard error* yaitu 43,38 sedangkan dengan metode *antithetic variate* diperoleh harga opsi sebesar Rp532,17 dengan *standard error* sebesar 130,43. Berdasarkan hasil tersebut, diketahui bahwa *standard error* yang diperoleh dengan metode *conditional Monte Carlo* lebih kecil dibandingkan dengan metode *antithetic variate*.

antithetic variate diperoleh harga opsi sebesar Rp532,17. Harga opsi tersebut akan mulai konstan apabila jumlah simulasi diperbanyak. Dapat dilihat pula, dengan metode *conditional Monte Carlo* harga opsi mulai konstan pada jumlah simulasi 700 sedangkan dengan metode *antithetic variate* harga opsi baru konstan pada jumlah simulasi 900. Hal ini menunjukkan bahwa harga opsi yang dihitung dengan metode *conditional Monte Carlo* lebih cepat konvergen dibandingkan dengan metode *antithetic variate*.

Selain itu, dari segi harga opsi yang diperoleh pada jumlah simulasi 50 juga berbeda yaitu dengan metode *conditional Monte Carlo* diperoleh Rp497,18 sedangkan dengan metode

Tabel 4. Perbandingan Hasil Simulasi Harga Opsi *Call Tipe Barrier Down and Out* dengan $K = 9.500$ dan $B = 9.300$

| Jumlah Simulasi | <i>Conditional Monte Carlo</i> | | <i>Antithetic Variate</i> | | Selisih <i>Standard Error</i> |
|-----------------|--------------------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|-------------------------------|
| | Harga Opsi | <i>Standard Error</i> | Harga Opsi | <i>Standard Error</i> | |
| 50 | 184,06 | 30,51 | 209,92 | 101,22 | 70,71 |
| 100 | 195,91 | 24,58 | 207,00 | 67,85 | 43,27 |
| 200 | 185,47 | 16,49 | 198,77 | 45,06 | 28,57 |
| 500 | 196,28 | 11,19 | 193,87 | 27,44 | 16,25 |
| 600 | 188,55 | 9,82 | 200,88 | 25,85 | 16,03 |
| 700 | 191,99 | 9,24 | 196,67 | 23,87 | 14,62 |
| 800 | 191,63 | 8,66 | 191,68 | 21,60 | 12,94 |
| 900 | 191,68 | 8,09 | 191,55 | 20,81 | 12,72 |
| 1.000 | 191,93 | 7,71 | 191,39 | 19,90 | 12,18 |
| 10.000 | 191,59 | 2,43 | 191,90 | 6,27 | 3,83 |
| 100.000 | 191,44 | 0,77 | 191,86 | 1,97 | 1,20 |
| 1.000.000 | 191,31 | 0,24 | 191,57 | 0,62 | 0,37 |

Sumber: Data diolah (2018)

Pada Tabel 4 juga terlihat perbedaan dari hasil simulasi harga opsi *call tipe barrier down and out* walaupun digunakan nilai $K = 9.500$ dan $B = 9.300$ yang sama. *Standard error* yang diperoleh dengan metode *conditional Monte Carlo* lebih kecil dibandingkan *standard error* yang diperoleh dengan metode *antithetic variate*. Hal ini terlihat jelas pada jumlah simulasi 1.000.000 dimana *standard error* yang diperoleh dengan metode *conditional Monte Carlo* sebesar 0,24 sedangkan dengan metode *antithetic variate* diperoleh *standard error* sebesar 0,62. Selain itu, harga opsi yang dihitung menggunakan metode *conditional Monte Carlo* sudah konstan ketika jumlah simulasi 700 sedangkan dengan metode *antithetic variate* harga opsi baru konstan pada jumlah simulasi 800. Hal ini menunjukkan bahwa harga opsi yang dihitung menggunakan metode *conditional Monte Carlo* lebih cepat konvergen dibandingkan dengan metode *antithetic variate*.

5. SIMPULAN DAN SARAN

Dari hasil pembahasan yang telah dipaparkan sebelumnya, diketahui bahwa hasil perhitungan harga opsi *call tipe barrier down and out* dengan metode *conditional Monte Carlo* memiliki *standard error* yang lebih kecil di-bandingkan dengan metode *antithetic variate*. Selain itu, hasil perhitungan harga opsi dengan metode

conditional Monte Carlo juga lebih cepat stabil dan konvergen dibandingkan dengan metode *antithetic variate*.

Diharapkan penelitian selanjutnya digunakan opsi *double barrier* menggunakan teknik *conditional Monte Carlo* dan memasukkan faktor-faktor lain seperti pembagian dividen, komisi, dan pajak agar memberikan hasil yang lebih *real*.

DAFTAR PUSTAKA

- Artanadi, N.N. Ayu, K. Dharmawan, dan Kt. Jayanegara (2016). Penentuan Harga Opsi Beli Tipe Asia dengan Metode Monte Carlo-Control Variate. *E-Jurnal Matematika*, 6(1), 29-36.
- Artini, N.K. Ayu. (2016) Mengestimasi Value at Risk pada Opsi Beli Tipe Asia yang dihitung Menggunakan Metode Importance Sampling *skripsi*. Jimbaran: Universitas Udayana.
- Boyle, P., M. Broadie, and P. Glasserman. (1997). Monte Carlo Methods for Security Pricing. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21, 1267-1321.
- Higham, Desmond J. (2004). *An Introduction to Financial Option Valuation Mathematics, Stochastics, and Computation*. New York: Cambridge University Press.

Kroese, D.P. ,T.Taimre, and Z.I.Botev. (2011).
Handbook of Monte Carlo Methods. Great
Britain: John Willey and Sons, Inc.

Putri,L.H.T. Wismawan, K.Dharmawan, dan,
I.W.Sumarjaya (2018). Penentuan Harga Jual
Opsis Barrier Tipe Eropa dengan Metode
Antithetic Variate pada Simulasi Monte
Carlo. *E-Jurnal Matematika*, 7(2), 71-78.
Available at:
<https://ojs.unud.ac.id/index.php/mtk/article/view/39548> terakhir diakses tanggal 12 Juli
2018.

Wang, Bing and Wang, Ling. (2011). *Pricing
Barrier Options Using Monte Carlo
Methods*. Sweden: Uppsala Universitet.