E-Jurnal Matematika Vol. 6 (3), Agustus 2017, pp. 183-187 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2017.v06.i03.p164

LAJU PERTUMBUHAN BAKTERI *S. Aerous* MELALUI PENDEKATAN PERSAMAAN DIFERENSIAL

Nurdeni[1§], Witri Lestari[2], dan Seruni[3]

[1]Program Studi Pendidikan Matematika, FTMIPA, Universitas Indraprasta PGRI
[Email: nurdeni@unindra.ac.id]
[2]Program Studi Pendidikan Matematika, FTMIPA, Universitas Indraprasta PGRI
[Email: witrilestari.unindra@gmail.com]
[3]Program Studi Pendidikan Matematika, FTMIPA, Universitas Indraprasta PGRI
[Email : taso8060@gmail.com]
[§]*Corresponding Author*

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk membuat model laju pertumbuhan bakteri *S. Aerous* melalui pendekatan persamaan diferensial. Jenis penelitian ini adalah riset dan pengembangan (*Research and Deveopment*). Penelitian model riset dan pengembangan merupakan penelitian yang bertujuan untuk memperoleh suatu sistem pengembangan pengetahuan di suatu tempat yang kemudian divalidasi dan dikembangkan untuk diterapkan pada tempat-tempat yang lain. Subjek penelitian ini adalah bakteri S. Aureus, teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah proses laboratorium dimana melihat pertumbuhan laju bakteri tersebut. Adapun teknik analisis datanya adalah dengan pendekatan model persamaan diferensial. Berdasarkan hasil pengamatan, hasil uji laju pertumbuhan bakteri *S. Aerous* di laboratorium terlihat jelas bahwa laju perkembangan atau pertumbuhannya meningkat, hal ini menunjukkan bahwa bakteri khususnya bakteri *S. Aerous* ini mempunyai pertumbuhan yang sangat pesat. Hal ini dibuktikan dengan beberapa model persaman pertumbuhan bakteri yaitu : Populasi bakteri pada setiap waktu adalah :

$$N(t) = \frac{1{,}3}{1 + 11{,}589e^{-0{,}387t}}$$

Kata Kunci: Laju pertumbuhan, Bakteri *S.Aureus*, persamaan differensial

1. PENDAHULUAN

Berkaitan dengan gejala atau fenomena alam, orang sering memerlukan model matematik dari masalah yang dihadapi. Banyak permasalahan matematik dari gejala alam yang model matematikanya dapat diformulasikan dalam bentuk persamaan diferensial orde-1. Selanjutnya dari model matematik yang diperoleh ini solusinya dicari dengan metode yang sesuai. Pemodelan matematika ini digunakan untuk merepresentasikan dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau problem dalam dunia nyata dan dalam pernyataan matematika, sehingga diperoleh pemahaman dari problem dunia real ini menjadi lebih tepat (Widowati dan Sutimin, 2007: 1).

Aplikasi matematika dapat diterapkan dalam banyak disiplin ilmu seperti fisika, ilmu biologi dan kedokteran, teknik, ilmu sosial dan politik, ekonomi, bisnis dan keuangan, juga problem-problem jaringan komputer. Disiplin ilmu yang akan diterapkan adalah ilmu biologi dan matematika khususnya mikrobiologi yang akan berhubungan dengan persamaan diferensial.

Secara umum langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah persamaan diferensial adalah : (1) Membentuk model matematis dari permasalahan, (2) Menentukan solusi umum, (3) Menggunakan kondisi awal untuk menentukan solusi khusus, (4) Menggunakan informasi selanjutnya, dan (5) Pemeriksaan hasil yang diperoleh, dimana dengan pola perkembangan ilmu matematika kita bisa menduga model persamaan diferensial yang tepat untuk perkembangan mikroorganisme sesuai dengan data histori yang berisi data pertumbuhan terhadap waktu. Setiap organisme yang mengalami pertumbuhan ditandai dengan penambahan jumlah sel atau pembesaran ukuran sel dari organisme tersebut. Penambahan jumlah sel atau pembesaran ukuran sel tersebut dapat dilihat dari data pertumbuhan setiap organisme. Terkait dengan pertumbuhan organisme, banyak hal yang mempengaruhi laju pertumbuhan dari setiap organisme (Hasan, 2001:3).

Persamaan diferensial dapat berhubungan dengan mikrobiologi sebagai disiplin ilmu biologi dan matematika. Salah satu contoh persamaan diferensial yang berhubungan dengan mikrobiologi adalah perkembangan bakteri, misalnya bakteri *S. Aureus* yang merupakan salah satu bakteri yang dapat merusak kekebalan tubuh manusia. Banyak model matematika telah dikembangkan untuk tujuan memprediksi pertumbuhan bakteri (Teleken, et al., 2011).

Penelitian ini akan dilakukan untuk mengaplikasikan model pengukuran persamaan diferensial terhadap laju perkembangan bakteri S. *Aureus*. Persamaan diferensial sering muncul dalam model matemtika yang mencoba menggambarkan keadaan kehidupan nyata. Banyak hukum-hukum alam dan hipotesa-hipotesa dapat diterjemahkan kedalam persamaan yang mengandung turunan melalui bahasa matematika. Dalam kehidupan sehari-hari, banyak fenomena yang dalam menyelesaikannya menggunakan persamaan diferensial orde satu.

2. DATA DAN METODE

Data yang diperoleh adalah hasil pengukuran bakteri S. Aureus di laboratorium dengan menggunakan UV.

Jenis penelitian ini adalah riset dan pengembangan (*Research and Development*). Penelitian model riset dan pengembangan merupakan penelitian yang bertujuan untuk memperoleh suatu sistem pengembangan pengetahuan di suatu tempat yang kemudian divalidasi dan dikembangkan untuk diterapkan pada tempat-tempat yang lain.

Penelitian ini dirancang untuk dua tahap. Pada tahap pertama menguji coba model pengukuran laju perkembangan bakteri melalui konsep persamaan diferensial dan tahap kedua mengaplikasikan model pengukuran laju perkembangan bakteri melalui konsep persamaan diferensial.

Subjek penelitian ini adalah bakteri S. Aureus, teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah proses lab dimana melihat perkembangan laju bakteri tersebut. Adapun teknik analisis datanya adalah memakai salah satu model Persamaan Differensial.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil penelitian hubungan waktu dengan nilai optical density dinyatakan dalam tabel 1.

Apabila N(t) adalah populasi bakteri pada waktu t, maka laju pertumbuhan populasi bakteri adalah

$$\frac{dN(t)}{dt} = R\,N(t) \text{ atau } \frac{dN(t)}{N(t)dt} = R$$

R adalah laju reproduksi, dan umumnya bergantung pada populasi bakteri pada waktu t, jadi R = f(N(t)). Selanjutnya R diasumsikan linier, maka f(N(t)) = a – bN(t) yang berarti untuk media yang terbatas maka laju reproduksi adalah 0 dan terjadi ketika $N = \frac{a}{b}$.

Laju populasi dengan laju reproduksi f(N(t)) adalah

$$\frac{dN(t)}{dt} = (a - bN(t))N(t) \qquad (1)$$

E-Jurnal Matematika Vol. 6 (3), Agustus 2017, pp. 183-187 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2017.v06.i03.p164

Tabel 1. Hubungan Waktu dengan Nilai Optical Density

Waktu	Nilai Optical Density		
	Tabung 1	Tabung 2	Nilai Tengah
0	0,099	0,097	0,098
1	0,172	0,173	0,1725
2	0,267	0,267	0,267
3	0,368	0,362	0,365
4	0,44	0,438	0,439
5	0,531	0,531	0,531
6	0,696	0,697	0,6965
7	0,729	0,73	0,7295
8	0,83	0,833	0,8315
9	0,896	0,898	0,897
10	0,91	0,91	0,91
11	0,994	0,99	0,992
12	1,162	1,163	1,1625
13	1,199	1,197	1,198
14	1,092	1,092	1,092
15	1,182	1,179	1,1805
16	1,201	1,207	1,204
17	1,284	1,285	1,2845
18	1,288	1,288	1,288
19	1,299	1,296	1,2975
20	1,299	1,3001	1,29955
21	1,299	1,299	1,299
22	1,298	1,298	1,298
23	1,297	1,296	1,2965
24	1,297	1,297	1,297
25	1,297	1,297	1,297

Persamaan 1 adalah persamaan diferensial orde 1 yang dinamakan persamaan logistic dari persamaan 1 apabila $\frac{dN(t)}{dt}$ = 0, laju pertumbuhan disebut dalam keadaan seimbang, Sehingga jika $\frac{dN(t)}{dt}$ = 0, maka N = 0 atau N = $\frac{a}{b}$. Solusi persamaan diferensial 1 didapat dengan metode pemisahan perubah sebagai berikut:

$$\frac{dN(t)}{(a-bN(t))N(t)} = dt \qquad (2)$$

Integralkan kedua ruas persamaan 2, didapat

$$\int \frac{dN(t)}{(a-bN(t))N(t)} = \int dt$$

$$\frac{1}{a}\ln|N| - \frac{1}{a}\ln|a-bN| = t + c$$

dengan syarat awal N(0) = No didapat c = $\frac{1}{a}\ln|No| - \frac{1}{a}\ln|a-bNo|$ sehingga solusi persamaan diferensial dengan syarat awal adalah

$$\frac{N}{No}\left|\frac{a-bNo}{a-bN}\right| = e^{at}$$

$$\Leftrightarrow N(t) = \frac{\frac{a}{b}}{1+\left(\frac{a-bNo}{bNo}\right)e^{-at}} \qquad (3)$$

$\frac{a}{b}$ populasi maksimal bakteri dalam media, berdasarkan data hasil pengamatan pada tabel 1

$$\frac{a}{b} = 1,299 \sim 1,3$$

Selajutnya untuk menaksir parameter a, dan b berdasarkan data hasil pengamatan, Terlebih dahulu mengubah bentuk persamaan 3.

misalkan k = $\frac{a-bNo}{bNo}$, sehingga persamaan 3 menjadi

$$\Leftrightarrow N(t) = \frac{1,3}{1+ke^{-at}}$$

$$\Leftrightarrow N(t) + N(t)ke^{-at} = 1,3$$

$$\Leftrightarrow N(t)ke^{-at} = 1,3 - N(t)$$

logaritma kedua ruas persamaan terakhir

$$\Leftrightarrow \ln\left|N(t)ke^{-at}\right| = \ln|1,3 - N(t)|$$

$$\Leftrightarrow \ln|k| - at = \ln\left|\frac{1{,}3 - N(t)}{N(t)}\right|$$

dengan membuat pasangan data

$\ln\left|\frac{1{,}3 - N(t)}{N(t)}\right|$ dan waktu jam t , serta metode kuadrat terkecil maka parameter a dan $\ln|k|$

Tabel 2. Perhitungan Parameter a, dan ln (k)

	Regression Summary for Dependent Variable: OBS (Spreadsh R= ,95881683 R^2= ,91932972 Adjusted R^2= ,91596846 F(1,24)=273,51 p<,00000 Std.Error of estimate: ,89567					
N=26	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(24)	p-level
Intercept			2,45147	0,34141	7,1804	0,00000
T	-0,958817	0,05797	-0,387334	0,02342	-16,5381	0,00000

dimana:

$\ln|k| = 2{,}45 \rightarrow k = 11{,}589$

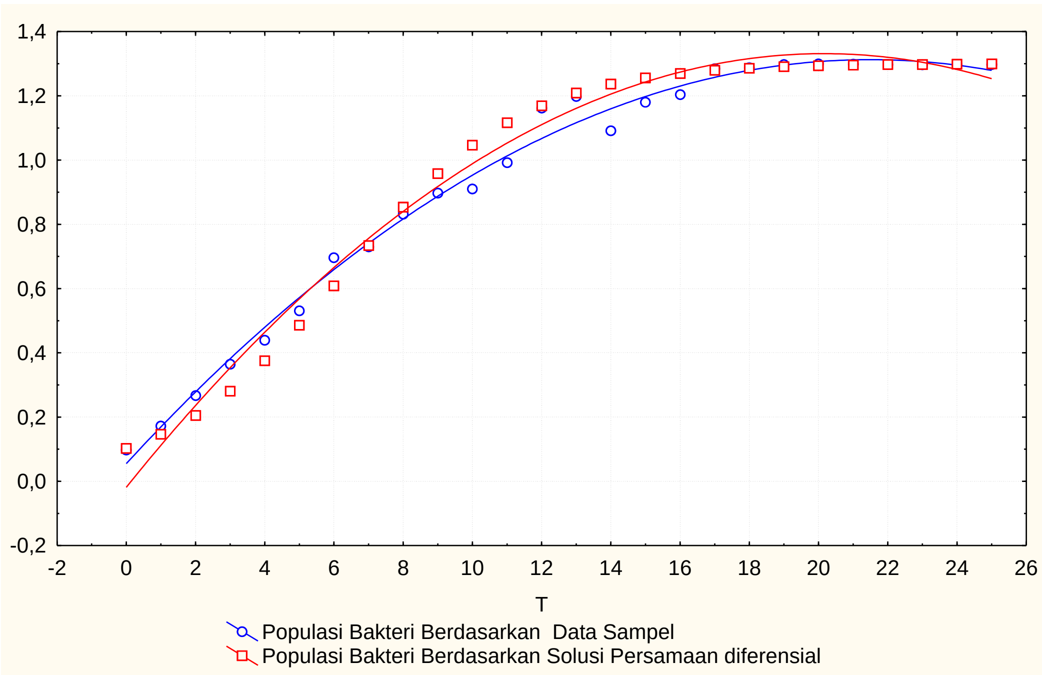
-a = -0,387 → a =0,387

Jadi populasi bakteri pada setiap waktu adalah

$$N(t) = \frac{1{,}3}{1 + 11{,}589e^{-0{,}387t}} \qquad (4)$$

Untuk nilai t = 0, 1, 2, ... 25, maka populasi bakteri berdasarkan solusi persamaan diferensial (persamaan 4), mendekati nilai data hasil pengamatan lihat grafik 2.

Gambar 2. Grafik Data Hasil Pengamatan dan Pemodelan Persamaan Diferensial



4. SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Dilihat dari hasil uji bakteri di laboratorium terlihat jelas bahwa laju perkembangan atau pertumbuhannya meningkat, hal ini menunjukkan bahwa bakteri khususnya bakteri *S. Aerous* ini mempunyai pertumbuhan yang sangat pesat. Jadi populasi bakteri pada setiap waktu adalah :

$$N(t) = \frac{1{,}3}{1 + 11{,}589 e^{-0{,}387t}}$$

Saran

Lebih dalam lagi dipelajari uji bakteri dilihat dari setiap faktornya yang mempengaruhi pertumbuhan atau perkembangan laju bakteri khususnya bakteri *S. Aerous* dan lebih jauh lagi aplikasikan dengan beberapa solusi yang ada selain menggunakan persamaan diferensial.

DAFTAR PUSTAKA

Hasan, Oskar, 2001. *Studi Tentang Beberapa Model Pertumbuhan.*Bogor. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam IPB.

Teleken, T.J., W.S. Robazza, and G. Almeida. 2011. Mathematical modelling of microbial growthin milk. Cience. Technol. Aliment. 31(4):34-41.

Widowati dan Sutimin. 2007. *Buku Ajar Pemodelan Matematika.* Semarang. FMIPA Diponegoro.