

PERAMALAN CURAH HUJAN MENGGUNAKAN METODE ANALISIS SPEKTRAL

Ni Putu Mirah Sri Wahyuni^{1§}, I Wayan Sumarjaya², I Gusti Ayu Made Srinadi³

¹Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: mirahsriwahyuni@gmail.com]

²Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: sumarjaya@unud.ac.id]

³Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: srinadiigustiayumade@yahoo.co.id]

[§]Corresponding Author

ABSTRACT

The purpose of this research is the model of forecasting rainfall using spectral analysis method. To obtain complete information on characteristics of time series data we need to examine periodicity of the data. Examining the periodicity of time series data in the frequency domain is called spectral analysis. The results of spectral analysis show that periodogram is clearly dominated by a very large peak at frequency $\omega_{10} = 0,083$. This frequency corresponds to period of 12 cycle per month. Based on the results of analysis of time series data rainfall is SARIMA (0,1,1)(0,1,1)¹² where the model can be written as $X_t^ = X_{t-1}^* + X_{t-12}^* - X_{t-13}^* + a_t^* - 0,9045a_{t-1}^* - 0,8199a_{t-12}^* + 0,7416a_{t-13}^*$. The result indicates minimum rainfall happen in January and maximum rainfall happen in August.*

Keywords: Forecasting, Periodicity, SARIMA, and Spectral Analysis.

1. PENDAHULUAN

Peramalan merupakan studi terhadap data historis untuk menemukan hubungan, kecenderungan, dan pola data yang sistematis (Makridakis, *et al.*, 1999). Pada proses peramalan data yang digunakan adalah data deret waktu (*time series*). Deret waktu merupakan serangkaian pengamatan atau observasi terhadap peristiwa, kejadian atau variabel yang diukur dalam urutan waktu, misalnya jam, harian, bulanan, tahunan, dan lain-lain. Analisis data deret waktu memiliki tujuan yaitu untuk mengetahui perubahan data, kejadian atau variabel serta menemukan pola data sehingga berdasarkan pola data tersebut dapat diramalkan peristiwa yang akan terjadi di masa depan. Adapun contoh data deret waktu (*time series*) adalah data curah hujan. Hasil prediksi curah hujan yang akurat akan sedikit banyak memengaruhi aktivitas manusia. Misalnya dalam bidang pertanian, peramalan curah hujan digunakan untuk menentukan jenis tanaman yang ditanam dan menentukan awal musim tanam.

Ditinjau dari segi domain, analisis deret waktu dibagi menjadi dua yaitu analisis deret waktu pada domain waktu (*time domain*) dan analisis deret waktu pada domain frekuensi (*frequency domain*) (Chatfield, 1996). Analisis deret waktu dalam domain waktu yaitu berupa analisis yang menggunakan fungsi autokorelasi, autokorelasi parsial, dan autokovarians. Model-model deret waktu pada domain waktu antara lain *Autoregressive* (AR), *Moving Average* (MA), *Autoregressive Moving Average* (ARMA) dan *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA). Namun, analisis deret waktu pada domain frekuensi yaitu analisis deret waktu dianggap sebagai akibat dari adanya komponen siklus pada frekuensi berbeda yang sulit diperoleh dalam domain waktu.

Analisis spektral adalah penaksiran dalam domain frekuensi untuk menelaah periodisitas tersembunyi, yaitu periodisitas yang sulit ditemukan dalam domain waktu (Mulyana, 2004). Metode analisis spektral dapat dituliskan

dalam bentuk transformasi Fourier. Data yang digunakan dalam metode analisis spektral haruslah data yang stasioner. Untuk melihat periodisitas tersembunyi dari data deret waktu dapat dilihat dari periodogramnya.

Berdasarkan permasalahan tersebut, pada penelitian ini penulis ingin menunjukkan tentang aplikasi metode analisis spektral untuk mengetahui model peramalan dan aplikasi metode analisis spektral untuk meramalkan data deret waktu curah hujan.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan model dan memperoleh peramalan data deret waktu curah hujan menggunakan metode analisis spektral.

2. KAJIAN PUSTAKA

Stasioneritas Data

Menentukan model peramalan dengan metode analisis spektral menggunakan data deret waktu stasioner dalam *mean* dan varians. Pemeriksaan kestasioneran data dapat dilakukan dengan melihat plot data deret waktu. Ketidakstasioneran data dalam *mean* dapat diatasi dengan melakukan proses *differencing* agar data menjadi stasioner dengan notasi pada metode *differencing* adalah *backward shift* (B) sebagai berikut:

$$\nabla^d = (1 - B)^d. \quad (1)$$

Sedangkan untuk data yang tidak stasioner dalam varians dapat dilihat nilai λ (*lamda*) *estimate* pada transformasi Box-Cox. Transformasi varians secara umum menggunakan transformasi pangkat (*power transformation*) Box-Cox (Wei, 2006, p.85) sebagai berikut:

$$T(X_t) = \begin{cases} \frac{X_t^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0; \\ \ln(X_t), & \lambda = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Transformasi Box-Cox berdasarkan nilai λ ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Transformasi Box Cox

λ	Bentuk Transformasi
-1	$\frac{1}{X_t}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{X_t}}$
0	$\ln(X_t)$
0,5	$\sqrt{X_t}$
1	X_t

Fungsi Autokovarians, Fungsi Autokorelasi (ACF) dan Fungsi Autokorelasi Parsial (PACF)

Fungsi autokovarians dan fungsi autokorelasi digunakan dalam analisis deret waktu sebagai pencocokkan model. Fungsi autokovarians dan autokorelasi didefinisikan yaitu (Wei, 2006, p.10):

$$\gamma_k = E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu), \quad (3)$$

$$\rho_k = \frac{\text{Cov}(X_t, X_{t+k})}{\sqrt{\text{Var}(X_t)}\sqrt{\text{Var}(X_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}. \quad (4)$$

Fungsi autokorelasi parsial digunakan untuk menunjukkan hubungan antara X_t dan X_{t+k} dengan menganggap pengaruh semua kelambatan waktu yang lain adalah konstan. Fungsi autokorelasi parsial (PACF) didefinisikan sebagai berikut:

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \rho_j} \quad (5)$$

dengan $\hat{\phi}_{kj} = \hat{\phi}_{k-1,j} - \hat{\phi}_{kk} \hat{\phi}_{k-1,k-j}$, untuk $j = 1, 2, \dots, k-1$.

Analisis Spektral

Analisis spektral digunakan pada data deret waktu untuk mencari periodisitas tersembunyi. Analisis spektral atau juga disebut analisis spektrum diperkenalkan oleh Schuster yaitu seorang pekerja sosial pada abad ke-19 digunakan pada bidang kelautan, meterologi, dan astronomi dengan tujuan mencari periodisitas tersembunyi (Bloomfield, 2000). Menentukan spektrum dari data deret waktu stasioner adalah menggunakan transformasi

Fourier dari proses fungsi autokovarians (Nurhayati, *et al.*, 2008). Transformasi Fourier γ_k merupakan spektrum dari X_t yaitu:

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k e^{-i\omega k}. \quad (6)$$

Persamaan (6) dapat diuraikan menggunakan hubungan Euler yaitu $e^{i\omega} = \cos \omega + i \sin \omega$ dan $e^{-i\omega} = \cos \omega - i \sin \omega$ maka diperoleh:

$$\begin{aligned} f(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k e^{-i\omega k} \\ &= \frac{1}{2\pi} \gamma_0 + \frac{1}{\pi} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \cos(\omega k) \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Fungsi Pembangkit Autokovarians dan Fungsi Densitas Spektral

Misalkan X_t merupakan deret waktu stasioner bernilai real pada kovarians dan nilai tengah $E(X_t) = \mu$ dan deret autokovarians ke- k adalah γ_k dengan $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, sehingga fungsi pembangkit autokovarians didefinisikan (Wei, 2006, p.274) sebagai berikut:

$$\gamma(B) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k B^k = \sigma_a^2 \psi(B) \psi(B^{-1}). \quad (8)$$

Dengan demikian fungsi densitas spektral yaitu (Wegman, 1996):

$$\begin{aligned} f(\omega) &= \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \psi(e^{-i\omega}) \psi(e^{i\omega}) \\ &= \frac{\sigma_a^2}{2\pi} |\psi(e^{-i\omega})|^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Analisis Spektral Pada Model Deret Waktu Stasioner

1. Spektrum proses ARMA (p, q)

Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) merupakan suatu gabungan dari model AR(p) dan MA(q). Bentuk umum model ARMA (p, q) (Wei, 2006, p.274) yaitu:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q}. \quad (10)$$

Spektrum model ARMA (p, q) dapat ditulis sebagai berikut:

$$f(\omega) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \left| \frac{\theta_q(e^{-i\omega})}{\phi_p(e^{-i\omega})} \right|^2. \quad (11)$$

2. Spektrum Proses *White Noise*

Model *white noise* (Wei, 2006, p.276) berbentuk $X_t = a_t$.

Spektrum dari proses *white noise* dapat ditulis sebagai berikut:

$$f(\omega) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi}, \quad -\pi \leq \omega \leq \pi. \quad (12)$$

3. Spektrum Proses AR(1)

Bentuk umum model *Autoregressive* orde 1 atau AR (1) (Wei, 2006, p.276) dapat ditulis sebagai berikut:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + a_t. \quad (13)$$

Spektrum pada proses AR (1) ditulis sebagai berikut:

$$f(\omega) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \frac{1}{(1 - 2\phi \cos(\omega) + \phi^2)}. \quad (14)$$

4. Spektrum Proses MA(1)

Bentuk model proses *Moving Average* orde 1 atau MA(1) (Wei, 2006, p.277) adalah sebagai berikut:

$$X_t = a_t - \theta a_{t-1}. \quad (15)$$

Adapun spektrum dari proses stasioner MA(1) adalah sebagai berikut:

$$f(\omega) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} (1 + \theta^2 - 2\theta \cos(\omega)). \quad (16)$$

5. Spektrum Model Musiman

Spektrum model musiman dengan musiman dua belas mempunyai model (Wei, 2006, p.279) sebagai berikut:

$$(1 - \Phi B^{12}) X_t = a_t. \quad (17)$$

Jika model musiman stasioner maka spektrum dapat dihitung sebagai berikut:

$$f(\omega) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \frac{1}{(1 - 2\Phi \cos(12\omega) + \Phi^2)}. \quad (18)$$

Periodogram

Periodogram digunakan untuk melihat periodisitas tersembunyi dari data deret waktu. Penerapan analisis spektral dalam menentukan model peramalan data deret waktu yaitu digunakan untuk melihat periodisitas dari data deret waktu dengan melihat plot periodogramnya. Periode yang diperoleh selanjutnya digunakan untuk menentukan periode dari suatu model data deret waktu. Persamaan periodogram dituliskan sebagai berikut (Wei, 2006, p.290):

$$I(\omega_k) = \begin{cases} na_0^2, & k = 0 \\ \frac{n}{2}(a_k^2 + b_k^2), & k = 1, \dots, \left[\frac{(n-1)}{2}\right] \\ na_{n/2}^2, & k = \frac{n}{2} \text{ jika } n \text{ genap} \end{cases} \quad (19)$$

dengan $R_p = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ amplitudo harmonik ke- k dan $\varphi_p = \arctan\left(-\frac{b_k}{a_k}\right)$ fase harmonik ke- k .

Uji untuk Komponen Periodik Tersembunyi

Periode yang diperoleh dari plot periodogram selanjutnya akan diuji komponen periodik dari periodogram dapat dilakukan dengan menggunakan uji Fisher dengan statistik uji yaitu:

$$T = \frac{I^{(1)}(\omega_{(1)})}{\sum_{k=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} I(\omega_k)} \quad (20)$$

dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : periodogram tidak terdapat komponen periodik,

H_1 : periodogram terdapat komponen periodik.

Kriteria keputusan, apabila $P(T > g_\alpha) = \alpha$. Jika nilai T yang dihitung dari deret waktu lebih besar dari g_α , maka H_0 ditolak yang berarti bahwa deret waktu X_t berisi komponen periodik.

Proses Peramalan

1. Identifikasi Model

Menurut Wei (2006), langkah-langkah yang dilakukan dalam mengidentifikasi model adalah sebagai berikut:

- Plot data deret waktu dan apabila data deret waktu tidak stasioner dalam varians maka dilakukan transformasi Box-Cox.
- Menghitung dan memeriksa ACF dan PACF sampel dari deret asli dan bila data deret waktu diindikasikan tidak stasioner dalam rata-rata maka dilakukan proses *differencing*.
- Menghitung dan memeriksa ACF dan PACF sampel dari data deret waktu hasil transformasi Box-Cox dan *differencing* untuk mengidentifikasi orde dari model ARIMA (p, d, q).
- Menguji deterministik tren jika $d > 0$.

2. Estimasi Parameter

Uji signifikansi parameter bertujuan untuk mengetahui parameter tersebut layak digunakan dalam model. Uji signifikansi parameter menggunakan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \delta = 0$ (parameter tidak signifikan),

$H_1: \delta \neq 0$ (parameter signifikan).

Statistik uji yang digunakan untuk pengujian signifikansi parameter adalah statistik uji t persamaannya adalah sebagai berikut:

$$t = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})} \quad (21)$$

Apabila nilai $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}, n-p}$ atau $p\text{-value} < \alpha = 0,05$ maka dapat diputuskan menolak H_0 .

3. Diagnostik Model

Untuk menguji model yang telah ditetapkan sementara maka perlu dilakukan uji kesesuaian model untuk membuktikan bahwa model tersebut sudah sesuai digunakan untuk memodelkan data deret waktu dan melakukan peramalan. Dalam hal ini, pemeriksaan diagnostik model meliputi uji galat *white noise* dan uji kenormalan.

a. Uji *White Noise*

Untuk mengetahui autokorelasi antar galat sudah mengikuti proses *white noise* atau tidak maka perlu dilakukan pengujian galat *white noise* melalui nilai autokorelasinya dengan menggunakan uji kelayakan model Ljung Box, dengan hipotesis:

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0$ (tidak terdapat autokorelasi antar galat),
 H_1 : minimal ada satu $\rho_k \neq 0$ (terdapat autokorelasi antar galat).

Statistik uji Ljung Box (Wei, 2006, p.153) adalah

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K (n-k)^{-1} \hat{\rho}_k^2. \quad (22)$$

b. Uji Kenormalan

Uji ini dapat dilakukan dengan uji Shapiro Wilk dengan hipotesis:

H_0 : galat berdistribusi normal,
 H_1 : galat tidak berdistribusi normal.

Statistik uji Shapiro Wilk yaitu:

$$W = \frac{1}{D} \left[\sum_{i=1}^k a_i (x_{n-i+1} - x_i) \right]^2. \quad (23)$$

Kriteria pengambilan keputusan adalah jika

$p\text{-value} < \alpha = 0,05$ maka tolak H_0 ,
 $p\text{-value} \geq \alpha = 0,05$ maka menerima H_0 .

4. Pemilihan Model Terbaik

Tahap pemilihan model terbaik dilakukan dengan menggunakan kriteria *Akaike's Information Criterion* (AIC) yang didefinisikan sebagai berikut:

$$AIC = n \ln \hat{\sigma}_a^2 + 2m \quad (24)$$

dengan n banyaknya pengamatan, $\hat{\sigma}_a^2$ adalah estimasi *likelihood* maksimum dari σ_a^2 , dan m adalah banyaknya parameter dalam model (Wei, 2006, p.156).

3. METODE PENELITIAN

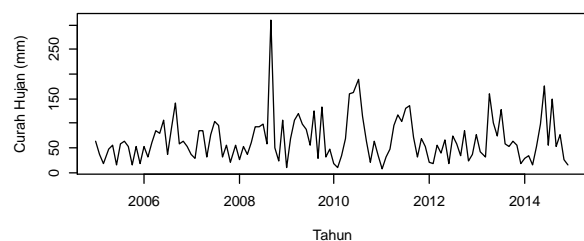
Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data curah hujan. Data curah hujan diambil dari stasiun Chicago West, Chicago Dupage Airport IL US pada situs (<http://www.ncdc.noaa.gov/cdo.web/datasets>) dari periode 2005-2015. Analisis data dalam penelitian ini menggunakan *software* R i386 3.3.1 dan MINITAB14. Langkah-langkah yang diambil dalam membuat prakiraan cuaca dengan metode analisis spektral:

1. Identifikasi data.

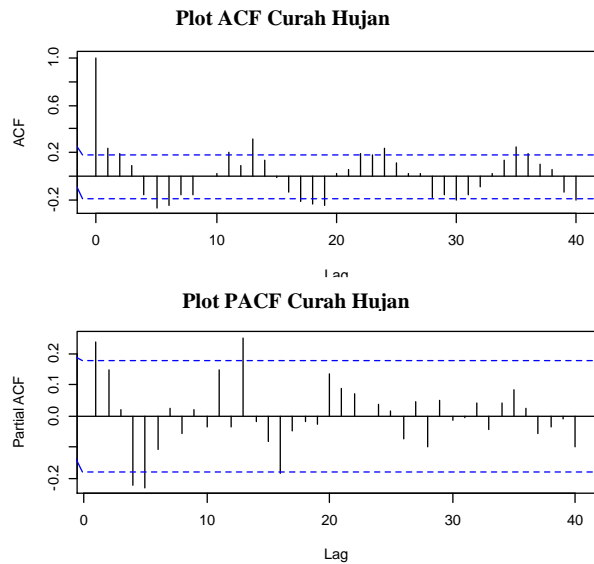
- a. Melakukan plot data, digunakan untuk melihat apakah data deret waktu sudah stasioner atau belum.
 - b. Plot ACF dan PACF digunakan untuk mengidentifikasi model data deret waktu dan melihat kestasioneran data dalam *mean*.
 - c. Apabila data tidak stasioner dalam varians maka dilakukan transformasi Box-Cox.
 - d. Memeriksa apakah data telah stasioner dalam *mean* dengan melakukan uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF).
 - e. Apabila data tidak stasioner dalam *mean* atau rata-rata maka dilakukan *differencing* untuk menstasionerkan data.
2. Setelah diperoleh data yang stasioner maka selanjutnya dilakukan analisis spektral untuk menentukan periode dari data deret waktu yang diperoleh dari periodogramnya.
 3. Menguji komponen periodik tersembunyi dari periodogramnya.
 4. Melakukan pendugaan model sementara melalui plot ACF dan PACF.
 5. Tahap estimasi parameter model.
 6. Melakukan pemeriksaan diagnostik model.
 7. Pemilihan model terbaik dengan menggunakan kriteria AIC dengan pengambilan keputusan didasarkan pada nilai AIC minimum.
 8. Membuat peramalan atau prakiraan curah hujan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAAN

Langkah pertama yang dilakukan adalah melakukan plot data curah hujan dapat dilihat pada Gambar 1.

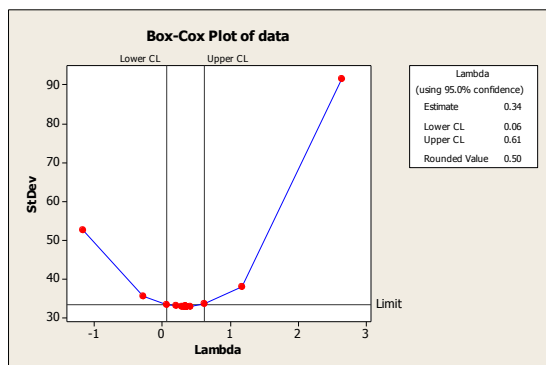


Gambar 1. Plot Data Deret Waktu Curah Hujan



Gambar 2. Plot ACF dan PACF Curah Hujan

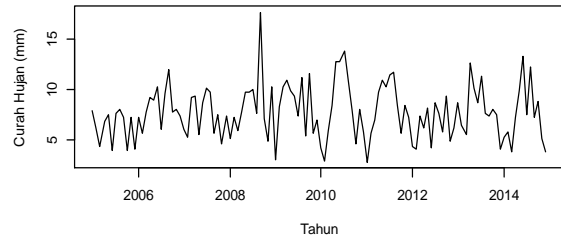
Pada Gambar 1 terlihat bahwa data curah hujan periode Januari 2005 sampai Desember 2014 berfluktuasi. Pola data seperti ini menunjukkan bahwa data curah hujan mempunyai pola musiman. Plot ACF dan PACF pada Gambar 2 menunjukkan bahwa lag-lag berpola sinusoidal yang mengindikasikan bahwa pada data curah hujan terdapat pengaruh musiman dan korelasi yang kuat pada data karena plot ACF dan PACF menunjukkan lag-lag yang signifikan yaitu lag yang keluar dari batas selang kepercayaan. Lag-lag yang signifikan tersebut misalnya lag 1, 5 dan 6, sehingga perlu dilakukan *differencing* terhadap musiman. Kestasioneran data dalam varians akan diselidiki menggunakan plot transformasi Box-Cox.



Gambar 3. Plot Transformasi Box Cox

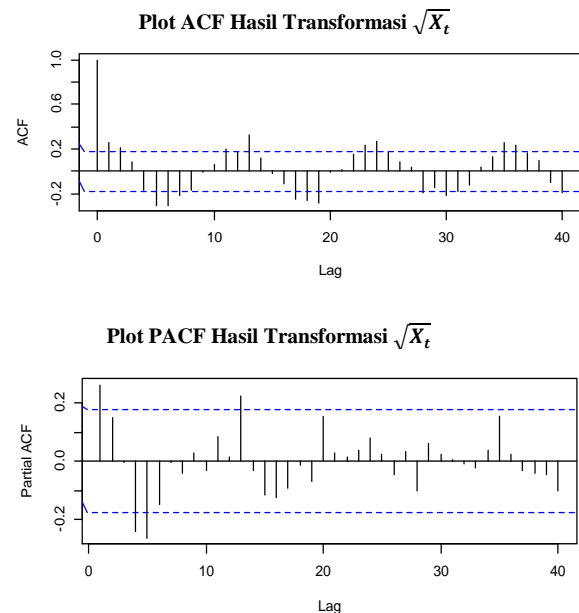
Berdasarkan Gambar 3 nilai *Rounded Value* (λ) = 0,5 yang menandakan bahwa data curah hujan belum stasioner dalam varians. Untuk

menstasionerkan data dalam varians maka data harus mengikuti nilai λ yang dihasilkan dari transformasi pertama yakni $\sqrt{X_t}$. Selanjutnya dibuat plot deret waktu untuk data curah hujan setelah dilakukan transformasi $\sqrt{X_t}$ yang dapat dilihat dari Gambar 4 berikut ini.



Gambar 4. Plot Data Deret Waktu Curah Hujan Setelah Transformasi $\sqrt{X_t}$

Melalui transformasi $\sqrt{X_t}$ diperoleh bahwa data sudah stasioner dalam varians. Kemudian dilihat apakah data curah hujan sudah stasioner dalam rata-rata, dapat dilihat dari plot ACF dan PACF data hasil transformasi $\sqrt{X_t}$ pada Gambar 5 berikut ini.



Gambar 5. Plot ACF dan PACF Hasil Transformasi $\sqrt{X_t}$

Plot ACF Gambar 5 di atas masih memperlihatkan bentuk autokorelasi sinusoidal hal ini memperkuat indikasi bahwa data tidak stasioner dalam rata-rata. Begitu pula pada

kasus musiman perlu dilakukan *differencing* karena turun secara lambat dengan bertambahnya lag. Pada plot PACF menunjukkan lag-lag yang signifikan yaitu pada lag 1, 3, 4, dan 12.

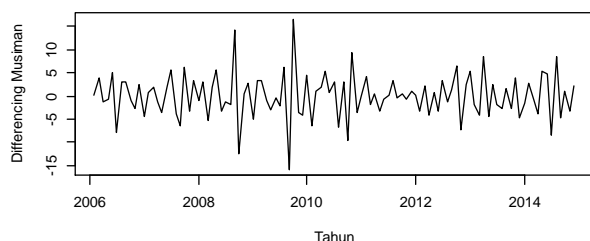
Mengingat bahwa data curah hujan sudah stasioner dalam varians maka selanjutnya dilakukan pengujian stasioner dalam rata-rata. Untuk melihat stasioner dalam rata-rata atau tidak maka dilakukan uji formal kestasioneran menggunakan uji ADF. Hipotesis yang digunakan adalah

$$H_0: \beta = 0 \text{ (data curah hujan tidak stasioner),}$$

$$H_1: \beta < 0 \text{ (data curah hujan stasioner).}$$

Pengambilan keputusan yaitu apabila $p\text{-value} < \alpha$ maka tolak H_0 dengan $\alpha = 0,05$ merupakan tingkat kesalahan. Hasil analisis diperoleh $p\text{-value} = 0,01 < 0,05$ hal ini berarti cukup kuat untuk menerima H_1 . Jadi dapat disimpulkan bahwa data curah hujan sudah stasioner dalam rata-rata.

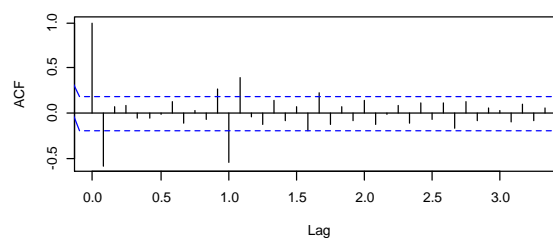
Plot ACF dan PACF hasil transformasi $\sqrt{X_t}$ memperlihatkan adanya pengaruh musiman maka perlu dilakukan *differencing* terhadap tren dan musiman.



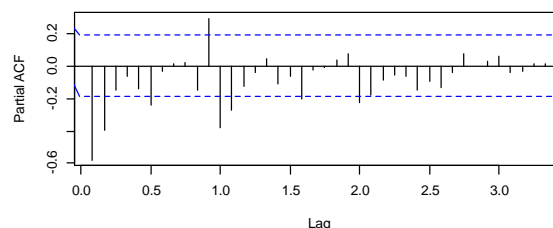
Gambar 6. Plot Deret Waktu *Differencing* Terhadap Tren dan Musiman

Pada Gambar 6 data curah hujan telah mengalami proses *differencing* tren dan musiman, grafik tidak lagi menunjukkan tren dan musiman dan bergerak di sekitar garis rata-rata. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa data tersebut sudah stasioner dalam rata-rata dan varians. Lebih lanjut, dapat dilihat juga pada plot ACF dan PACF hasil *differencing* terhadap tren dan musiman.

Plot ACF Curah Hujan Hasil *Differencing* Tren dan Musiman



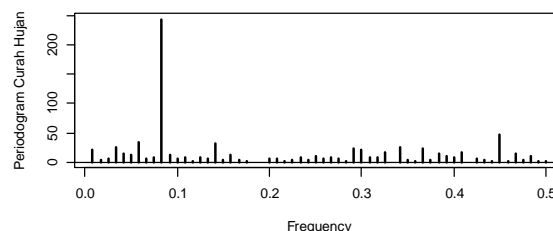
Plot PACF Curah Hujan Hasil *Differencing* Tren dan Musiman



Gambar 7. Plot ACF dan PACF Hasil *Differencing* Tren dan Musiman

Setelah dilakukan *differencing* terhadap tren dan musiman ternyata plot ACF menurun secara cepat. Berdasarkan hasil plot ACF dan PACF pada Gambar 7 data sudah stasioner, namun masih ada lag yang keluar dari batas interval yaitu 2, 6, 11, 12, 13. Untuk memudahkan menentukan orde dari musiman pada lag-lag yang signifikan pada plot ACF dan PACF maka tahap selanjutnya dilakukan pendekatan analisis spektral untuk membantu menentukan periode waktu curah hujan.

Analisis spektral merupakan analisis untuk mengetahui periodisitas tersembunyi dari data deret waktu. Periodogram yang dihasilkan dalam analisis spektral menunjukkan nilai amplitudo yang tertinggi. Hasil analisis spektral pada data curah hujan dari periodogramnya dapat dilihat pada Gambar 8 berikut ini.



Gambar 8. Periodogram Data Curah Hujan

Pada periodogram menunjukkan bahwa puncak frekuensi tertinggi adalah pada

frekuensi ke-10 yaitu $\omega_{10} = 0,083$. Pada frekuensi yang dihasilkan ini berhubungan dengan periode yaitu $\frac{1}{\omega_{10}} = 12,048$ atau dapat dibulatkan menjadi 12 siklus per bulan. Hal ini menunjukkan bahwa karakteristik perubahan curah hujan cenderung akan mengalami kenaikan atau penurunan curah hujan setiap 12 bulan sekali.

Selanjutnya dilakukan uji Fisher untuk melihat signifikansi maksimum dari periodogram, sehingga diperoleh:

$$T = \frac{244,199}{816,9756} = 0,299 \text{ dan } g_{0,05} = 0,1132.$$

Karena nilai $T = 0,299 > 0,1132$ maka keputusan tolak H_0 yaitu pada periodogram terdapat komponen periodik. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa data curah hujan mengandung komponen periodik pada frekuensi 0,083 dan periode sebesar 12,048.

Setelah diperoleh periode dari data deret waktu maka hal ini menunjukkan bahwa data deret waktu curah hujan terdapat parameter musiman dengan periode 12. Langkah selanjutnya yaitu menentukan model dari data deret waktu curah hujan.

Plot ACF dan PACF pada Gambar 7 terbentuk suatu dugaan sementara model SARIMA untuk data curah hujan. Model tersebut adalah SARIMA(1,1,2)(0,1,1)¹², SARIMA(1,1,2)(1,1,1)¹², SARIMA(0,1,1)(0,1,1)¹², SARIMA(0,1,1)(1,1,0)¹², SARIMA(0,1,1)(1,1,1)¹².

1. Estimasi model dan uji signifikansi model

Estimasi parameter untuk model SARIMA(1,1,2)(0,1,1)¹², SARIMA(1,1,2)(1,1,1)¹², SARIMA(0,1,1)(0,1,1)¹², SARIMA(0,1,1)(1,1,0)¹², SARIMA(0,1,1)(1,1,1)¹², adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Estimasi Parameter model SARIMA(1,1,2)(0,1,1)¹²

Parameter	Estimasi	p-value
$\widehat{\phi}_1$	-0,3515	0,008
$\widehat{\theta}_1$	0,6490	0,000
$\widehat{\theta}_2$	0,3565	0,003
$\widehat{\Theta}_1$	0,8735	0,005

Tabel 3. Estimasi Parameter model SARIMA(1,1,2)(1,1,1)¹²

Parameter	Estimasi	p-value
$\widehat{\phi}_1$	-0,2810	0,014
$\widehat{\theta}_1$	0,7269	0,000
$\widehat{\theta}_2$	0,2794	0,002
$\widehat{\Phi}_1$	-0,2696	0,017
$\widehat{\Theta}_1$	0,8624	0,000

Tabel 4. Estimasi Parameter model SARIMA(0,1,1)(0,1,1)¹²

Parameter	Estimasi	p-value
$\widehat{\theta}_1$	0,9045	0,000
$\widehat{\Theta}_1$	0,8199	0,000

Tabel 5. Estimasi Parameter model SARIMA(0,1,1)(1,1,0)¹²

Parameter	Estimasi	p-value
$\widehat{\theta}_1$	0,9792	0,000
$\widehat{\Phi}_1$	-0,6278	0,000

Tabel 6. Estimasi Parameter model SARIMA(0,1,1)(1,1,1)¹²

Parameter	Estimasi	p-value
$\widehat{\theta}_1$	0,9194	0,000
$\widehat{\Phi}_1$	-0,2866	0,015
$\widehat{\Theta}_1$	0,8124	0,000

Estimasi model pada Tabel 2 sampai Tabel 6 menunjukkan parameter dari setiap model signifikan pada tingkat kesalahan $\alpha = 0,05$ sehingga kelima model tersebut dapat dijadikan sebagai pilihan. Selanjutnya dilakukan uji diagnostik untuk model yang nilai dugaan parameternya signifikan.

2. Pemeriksaan Diagnostik

Model-model yang nilai dugaan parameternya signifikan selanjutnya akan dilakukan uji diagnostik untuk mengetahui apakah galat dari model sudah bersifat *white noise* dan berdistribusi normal. Untuk mengetahui galat bersifat *white noise* maka dilakukan uji Ljung Box.

Tabel 7. Uji Ljung Box

Model	Lag			
	12	24	36	48
SARIMA(1,1,2)(0,1,1) ¹²	0,10 6*	0,36 7*	0,36 6*	0,50 9*
SARIMA(1,1,2)(1,1,1) ¹²	0,13 3*	0,36 3*	0,31 7*	0,52 8*
SARIMA(0,1,1)(0,1,1) ¹²	0,22 5*	0,48 4*	0,57 2*	0,72 3*
SARIMA(0,1,1)(1,1,0) ¹²	0,25 1*	0,03 6*	0,04 5*	0,12 0*
SARIMA(0,1,1)(1,1,1) ¹²	0,33 6*	0,57 0*	0,58 8*	0,78 1*

Galat pada lag dari model dikatakan tidak berkorelasi apabila p -value untuk masing-masing galat pada setiap lag lebih besar dari tingkat kesalahan $\alpha = 0,05$. Berdasarkan Tabel 7 terdapat empat model yang memenuhi asumsi galat *white noise*. Model tersebut adalah SARIMA(1,1,2)(0,1,1)¹², SARIMA(1,1,2)(1,1,1)¹², SARIMA(0,1,1)(0,1,1)¹², SARIMA(0,1,1)(1,1,1)¹².

Selanjutnya akan diuji kenormalan galat dari keempat model tersebut dengan menggunakan uji Shapiro Wilk dengan hipotesis yang digunakan adalah

H_0 : galat berdistribusi normal,

H_1 : galat tidak berdistribusi normal.

Pengambilan keputusan yaitu apabila p -value $\geq \alpha$ maka terima H_0 atau p -value $< \alpha$ maka tolak H_0 dengan $\alpha = 0,05$ merupakan tingkat kesalahan.

Tabel 8. Uji Kenormalan Shapiro Wilk

Model	p-value
SARIMA(1,1,2)(0,1,1) ¹²	0,1986
SARIMA(1,1,2)(1,1,1) ¹²	0,2986
SARIMA(0,1,1)(0,1,1) ¹²	0,2248
SARIMA(0,1,1)(1,1,1) ¹²	0,3060

Hasil uji Shapiro Wilk pada Tabel 8 menunjukkan bahwa p -value $> \alpha = 0,05$ maka terima H_0 sehingga empat model tersebut memenuhi asumsi galat berdistribusi normal.

3. Pemilihan Model Terbaik

Berdasarkan keempat kandidat model yang cocok dan telah memenuhi asumsi galat *white*

noise dan uji kenormalan galat maka selanjutnya akan dipilih model terbaik berdasarkan kriteria AIC. Nilai AIC pada keempat model dapat dilihat pada Tabel 9.

Tabel 9. Nilai AIC model SARIMA

Model	AIC
SARIMA(1,1,2)(0,1,1) ¹²	522,79
SARIMA(1,1,2)(1,1,1) ¹²	523,94
SARIMA(0,1,1)(0,1,1)¹²	519,14
SARIMA(0,1,1)(1,1,1) ¹²	520,21

Pada Tabel 9 terlihat bahwa model SARIMA(0,1,1)(0,1,1)¹² memiliki nilai AIC terkecil yaitu sebesar 519,14. Dengan demikian model peramalannya dapat dinyatakan sebagai berikut:

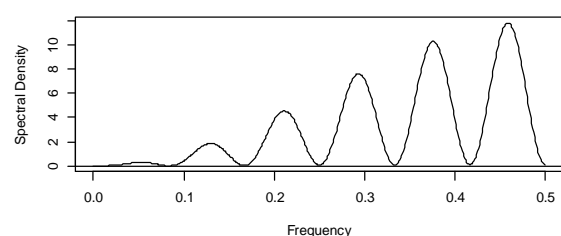
$$X_t^* = X_{t-1}^* + X_{t-12}^* - X_{t-13}^* + a_t^* - 0,9045a_{t-1}^* - 0,8199a_{t-12}^* + 0,7416a_{t-13}^*$$

dengan $X_t^* = \sqrt{X_t}$ dan $a_t^* = \sqrt{a_t}$.

Langkah selanjutnya yakni menentukan spektrum dari model SARIMA (0,1,1)(0,1,1)¹². Spektrum dari model SARIMA (0,1,1)(0,1,1)¹² dapat ditulis sebagai berikut:

$$f(\omega) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \{ [1 + 0,8181 + 0,6722 + 0,5499 - 1,809 \cos(\omega) - 1,6398 \cos(12\omega) + 1,4832 \cos(11\omega) - 1,3416 \cos(12\omega) + 1,4832 \cos(13\omega) - 1,2161 \cos(\omega)] / [4 - 4 \cos(\omega) + 2 \cos(11\omega) - 4 \cos(12\omega) + 2 \cos(13\omega)] \}$$

Spektrum dari model SARIMA (0,1,1)(0,1,1)¹² dapat dilihat pada Gambar 9.

Gambar 9. Spektrum Model SARIMA (0,1,1)(0,1,1)¹²

Gambar 9 menunjukkan bahwa terdapat lima buah puncak spektrum. Pada setiap puncak spektrum yang dihasilkan mengalami peningkatan setiap frekuensinya. Selain itu,

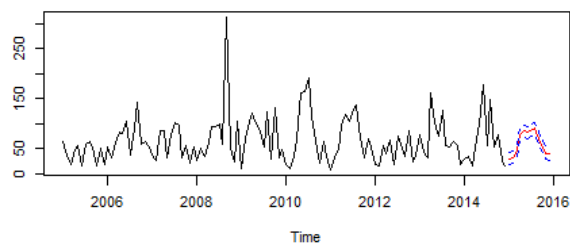
spektrum yang dihasilkan juga menunjukkan bagaimana kekuatan spektral didistribusikan sebagai fungsi-fungsi dari frekuensi. Spektrum pada data curah hujan adalah hubungan periode curah hujan dengan waktu terjadinya curah hujan.

Model SARIMA (0,1,1)(0,1,1)¹² merupakan model terbaik sehingga perlu dilakukan peramalan untuk melihat apakah model tersebut sudah tepat atau tidak. Peramalan dilakukan untuk 12 periode ke depan dapat dilihat pada Tabel 10.

Tabel 10. Peramalan Curah Hujan Periode Januari 2015-Desember 2015

Periode	Peramalan	Aktual
Januari 2015	29,28	20,83
Februari 2015	32,05	3,81
Maret 2015	44,10	12,7
April 2015	76,53	107,7
Mei 2015	85,63	112,5
Juni 2015	81,56	203,5
Juli 2015	86,29	82,8
Agustus 2015	90,53	80,26
September 2015	70,16	112
Oktober 2015	53,93	51,31
Nopember 2015	40,22	85,6
Desember 2015	38,93	129,8

Tabel 10 menunjukkan hasil peramalan bahwa curah hujan minimum terjadi pada bulan Januari sedangkan curah hujan maksimum terjadi pada bulan Agustus. Plot peramalan curah hujan dapat dilihat pada Gambar 10.



Gambar 10 Plot Peramalan Curah Hujan

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada penelitian ini diambil kesimpulan yaitu:

1. Analisis spektral dapat digunakan untuk melihat keperiodikan data curah hujan dengan mencari periodogramnya. Hasil analisis diperoleh frekuensi curah hujan

sebesar 0,083 pada frekuensi yang dihasilkan ini berkaitan dengan periode yaitu $\frac{1}{\omega_{10}} = 12,048$ sehingga hal ini menunjukkan bahwa periode curah hujan terjadi setiap 12 bulan sekali.

2. Model terbaik dari data deret waktu untuk meramalkan data curah hujan yaitu model SARIMA (0,1,1)(0,1,1)¹² secara matematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$X_t^* = X_{t-1}^* + X_{t-12}^* - X_{t-13}^* + a_t^* \\ -0,9045a_{t-1}^* - 0,8199a_{t-12}^* \\ +0,7416a_{t-13}^*$$

dengan $X_t^* = \sqrt{X_t}$ dan $a_t^* = \sqrt{a_t}$.

3. Hasil peramalan menggunakan model SARIMA (0,1,1)(0,1,1)¹² memperlihatkan bahwa curah hujan minimum terjadi pada bulan Januari sedangkan curah hujan maksimum terjadi pada bulan Agustus.

Pada penelitian ini pengaruh pencilan pada data curah hujan belum dipertimbangkan dalam menentukan model peramalan. Oleh karena itu, saran yang dapat dipertimbangkan dalam penelitian selanjutnya adalah melakukan deteksi terhadap pencilan sehingga diharapkan dapat meningkatkan keakuratan hasil peramalan.

DAFTAR PUSTAKA

- Bloomfield, P. 2000. *Fourier Analysis of Time Series*. Second Edition. A Wiley Interscience Publication. New York.
- Chatfield, C. 1996, *The Analysis of Time Series: An Introduction*, Fifth Edition, Chapman and Hall, New York. <http://gen.lib.rus.ec>. Diakses 11 Maret 2016.
- Makridakis, S., Wheelwright, S. C., & McGee, V.E. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Jakarta: Erlangga.
- Mulyana. 2004. *Analisis Data Deret Waktu*. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam UNPAD: Bandung. <http://id.scribd.com/doc/19005304/Analisis-Data-Deret-Waktu>. Diakses 30 Mei 2016.

- Nurhayati, N., Pasaribu, U. S., Hakim, D. M., & Neswan, O. 2008. Spektrum Gstar(1;1). *Jurnal Matematika dan Sains*, vol.13 No.4 , pp. 118-124. <http://journal.itb.ac.id/jms/article/view/206>. Diakses 24 Januari 2016.
- Wegman, E. J. 1996. *Time Series Analysis: Theory, Data Analysis and Computation*. George Mason University.
- Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. Addison-Wesley Publishing Company. New York. <http://gen.lib.rus.ec>. Diakses 11 Maret 2016