

# ANALISIS REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE MULTIVARIAT UNTUK PEMODELAN INDIKATOR KEMISKINAN DI INDONESIA

Desak Ayu Wiri Astiti<sup>1§</sup>, I Wayan Sumarjaya<sup>2</sup>, Made Susilawati<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: ayuwiri@gmail.com]

<sup>2</sup>Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: sumarjaya@unud.ac.id]

<sup>3</sup>Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: susilawati.made@gmail.com]

<sup>§</sup>Corresponding Author

## ABSTRACT

*The aim of this study is to obtain statistics models which explain the relationship between variables that influence the poverty indicators in Indonesia using multivariate spline nonparametric regression method. Spline is a nonparametric regression estimation method that is automatically search for its estimation wherever the data pattern move and thus resulting in model which fitted the data. This study, uses data from survey of Social Economy National (Susenas) and survey of Employment National (Sakernas) of 2013 from the publication of the Central Bureau of Statistics (BPS). This study yields two models which are the best model from two used response variables. The criterion uses to select the best model is the minimum Generalized Cross Validation (GCV). The best spline model obtained is cubic spline model with five optimal knots.*

*Keywords: Nonparametrik, Spline, multivariat, indikator kemiskinan*

## 1. PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan analisis statistika yang mempelajari bagaimana menentukan bentuk sebuah model statistika atau hubungan antara satu atau lebih variabel prediktor (*independent variable*) dengan satu atau lebih variabel respons (*dependent variable*). Estimasi kurva regresi dapat dilakukan dengan teknik pendekatan regresi parametrik dan regresi nonparametrik. Regresi parametrik memiliki asumsi yang harus terpenuhi seperti sisaan berdistribusi normal dan varians yang konstan. Dalam menerapkan regresi parametrik, penyimpangan terhadap asumsi sering terjadi seperti sisaan tidak berdistribusi normal. Oleh karena itu, untuk menghindari penggunaan asumsi-asumsi yang ketat dan kaku maka dibutuhkan teknik statistika yang tidak terikat pada asumsi ketat regresi tertentu, salah satu alternatif yang dapat digunakan adalah dengan pendekatan regresi nonparametrik. Regresi nonparametrik digunakan ketika informasi awal tentang bentuk kurva regresi terbatas atau tidak

ada (Eubank, 1999). Salah satu metode estimasi regresi nonparametrik adalah *spline*.

*Spline* merupakan potongan-potongan polinom yang memiliki sifat tersegmen (*piecewise polynomial*) pada titik *knot* (Eubank, 1999). Titik *knot* merupakan suatu titik fokus dalam fungsi *spline*, sehingga kurva yang dibentuk tersegmen pada titik-titik tersebut. Regresi *spline* adalah model regresi dengan kurva regresinya (fungsi regresinya) berupa fungsi *spline*. Metode *spline* ini sangat baik dalam memodelkan data yang polanya berubah-ubah pada sub interval tertentu.

Estimasi kurva regresi nonparametrik *spline* dapat dilakukan dengan mencari model *spline* optimal yang diperoleh dengan memilih titik *knot* optimal. Salah satu metode yang digunakan untuk memperoleh titik *knot* yang optimal dan adalah metode *Generalized Cross Validation* (GCV) (Eubank, 1999).

Pada penerapannya, regresi nonparametrik *spline* dapat digunakan untuk memodelkan kemiskinan. Badan Pembangunan Nasional (2012), menyatakan bahwa menurunkan

persentase penduduk yang hidup dibawah garis kemiskinan masih memerlukan perhatian khusus serta kerja keras untuk dapat diselesaikan, memperhatikan persentase penduduk yang hidup di bawah garis kemiskinan pada tahun 2012 di Indonesia yaitu 12,49% sedangkan target Millenium Development Goals (MDGs) adalah 7,55%.

Penelitian ini membahas penggunaan regresi nonparametrik *spline* multivariat untuk mengetahui hubungan antara variabel-variabel yang diduga berpengaruh terhadap indikator kemiskinan di Indonesia.

Menurut Eubank (1999), dalam model regresi nonparametrik bentuk kurva regresi tidak diketahui dan pada umumnya diasumsikan termuat dalam suatu ruang fungsi berdimensi takhingga, dan merupakan fungsi yang mulus (*smooth*). Bentuk umum model regresi nonparametrik adalah sebagai berikut.

$$y_i = \mu(t_i) + \varepsilon_i ; i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

dengan  $\varepsilon_i = (\varepsilon_1, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T$  adalah sebuah vektor galat yang saling bebas dengan rata-rata nol dan keragaman  $\sigma^2$  dan  $\mu$  menyatakan fungsi regresi yang bentuknya tidak diketahui.

*Spline* merupakan model polinom yang memiliki sifat tersegmen atau terpotong-potong pada setiap titik *knot* (Eubank, 1999). Secara umum fungsi *spline* berorde  $m$  dengan titik *knot*  $k_1, k_2, \dots, k_n$  dapat dinyatakan dengan persamaan berikut.

$$\mu(t_i) = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j t_i^j + \sum_{l=1}^n \beta_{m+l} (t_i - k_l)_+^m \quad (2)$$

dengan

$$(t_i - k_l)_+^m = \begin{cases} (t - k_l)^m, & t \geq k_l \\ 0, & t < k_l \end{cases} \quad (3)$$

merupakan fungsi potongan (*truncated*),  $\beta$  menyatakan parameter model;  $\beta_0$  menyatakan *intersep*;  $\beta_{j+l}$  merupakan *slope* pada peubah *truncated knot* ke- $l$  pada *spline* berorde  $m$ ;  $t$  adalah variabel respons;  $k_l$  adalah *knot* ke- $l$ ;  $n$  adalah banyaknya *knot* dalam variabel respons ke- $j$ ;  $\beta_j$  adalah konstanta real dan  $k_1, k_2, \dots, k_n$  adalah titik *knot*.

Model regresi nonparametrik *spline* multivariat merupakan model regresi yang memiliki lebih dari satu variabel respons yang saling berkorelasi dan lebih dari satu variabel prediktor dengan fungsi regresinya diasumsikan tidak diketahui dan didekati dengan fungsi *spline*. Model regresi nonparametrik *spline* multivariat dapat ditulis sebagai berikut.

$$\begin{aligned} y_{1i} &= \sum_{j=1}^m \mu_1(t_{ji}) + \varepsilon_{1i} \\ y_{2i} &= \sum_{j=1}^m \mu_2(t_{ji}) + \varepsilon_{2i} \\ &\vdots \\ y_{ni} &= \sum_{j=1}^m \mu_n(t_{ji}) + \varepsilon_{ni} \end{aligned} \quad (4)$$

Menurut Wang (1998) dalam Wulandari & Budiantara (2014), bentuk kurva regresi  $\mu_1(x_{ji}), \mu_2(x_{ji}), \dots, \mu_n(t_{ji})$  diasumsikan tidak diketahui dan dihipotesis dengan fungsi *spline* berikut.

$$\begin{aligned} \mu_1(t_{ji}) &= \sum_{h=1}^m \alpha_{hj} t_{ji}^h + \sum_{l=1}^n \beta_{lj} (t_{ji} - k_{lj})_+^m \\ \mu_2(t_{ji}) &= \sum_{h=1}^m \lambda_{hj} t_{ji}^h + \sum_{l=1}^n \delta_{lj} (t_{ji} - k_{lj})_+^m \\ &\vdots \\ \mu_n(t_{ji}) &= \sum_{h=1}^m \gamma_{hj} t_{ji}^h + \sum_{l=1}^n \theta_{lj} (t_{ji} - k_{lj})_+^m \end{aligned} \quad (5)$$

Pemilihan model regresi *spline* terbaik dapat dilihat berdasarkan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) paling minimum yang diperoleh dari setiap model. Fungsi GCV didefinisikan sebagai berikut.

$$GCV(k) = \frac{MSE(k)}{[n^{-1} \text{trace}(I - A(k))]^2} \quad (6)$$

dengan  $n$  menyatakan jumlah data,  $I$  merupakan matriks identitas,

$$MSE(k) = n^{-1} (y - X\hat{\beta})^T (y - X\hat{\beta}), \quad \text{dan} \\ A(k) = X(k) (X^T(k) W X(k))^{-1} X^T(k) W.$$

Kemiskinan menurut BPS (2014) didefinisikan sebagai ketidakmampuan dari sisi ekonomi untuk memenuhi kebutuhan dasar seperti pangan, sandang, pendidikan, kesehatan, dan perumahan.

Kemiskinan diukur melalui indikator seperti (BPS, 2014):

1. Persentase Penduduk Miskin, yaitu persentase penduduk yang berada di bawah garis kemiskinan ( $P_0$ ).

2. Indeks Kedalaman Kemiskinan, yaitu ukuran rata-rata kesenjangan pengeluaran masing-masing penduduk miskin terhadap garis kemiskinan ( $P_1$ ).

Mengacu pada strategi nasional penanggulangan kemiskinan, kemiskinan dipengaruhi oleh beberapa faktor yaitu: tingkat pendapatan, kesehatan, pendidikan, akses barang dan jasa, lokasi geografis dan kondisi lingkungan (Sa'iydah & Arianti, 2012). Selain itu, berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Rumahorbo (2014) dan Yudha (2013) dalam penelitian ini kemiskinan dipengaruhi oleh beberapa faktor seperti: Pertumbuhan Ekonomi, Upah Minimum, Pendapatan berupa Pendapatan Per Kapita atau PDRB Per Kapita, Tingkat Pengangguran berupa Tingkat Pengangguran Terbuka, dan Inflasi.

## 2. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder tahun 2013 berupa data hasil Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) serta Survei Ketenagakerjaan Nasional (Sakernas) yang diperoleh dari publikasi Badan Pusat Statistik (BPS, 2014). Variabel yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas variabel respons dan variabel prediktor. Variabel responnya adalah indikator kemiskinan, meliputi: persentase penduduk miskin ( $Y_1$ ) dan indeks kedalaman kemiskinan ( $Y_2$ ). Variabel prediktornya meliputi : angka melek huruf ( $X_1$ ), rata-rata lama sekolah ( $X_2$ ), angka partisipasi sekolah ( $X_3$ ), PDRB per kapita ( $X_4$ ), tingkat pengangguran terbuka ( $X_5$ ).

Data yang diperoleh dalam penelitian ini dianalisis menggunakan metode regresi nonparametrik *spline* multivariat dengan bantuan *software* MATLAB 2009. Langkah-langkah yang dilakukan untuk mencapai tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membuat analisis statistika deskriptif untuk masing-masing variabel.
2. Memodelkan indikator kemiskinan di Indonesia dengan regresi nonparametrik *spline* multivariat

3. Memilih titik knot optimal menggunakan metode Generalized Cross Validation (GCV).
4. Memodelkan indikator kemiskinan di Indonesia menggunakan *spline* dengan titik knot optimal.
5. Menginterpretasikan model dan mengambil kesimpulan.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 3.1 Analisis Deskriptif Data

Gambaran umum data dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 1. Statistika Deskriptif Indikator Kemiskinan di Indonesia.

Variabel	Ringkasan Statistik			
	Min	Maks	Rata-rata	Varians
Persentase Penduduk Miskin (%)	3,72	31,53	12,20	42,15
Indeks Kedalaman Kemiskinan (%)	0,39	6,56	2,02	1,92
Angka Melek Huruf (%)	75,92	99,56	94,62	23,08
Rata-rata Lama Sekolah (Tahun)	6,05	10,60	8,30	0,82
Angka Partisipasi Sekolah (%)	9,46	45,86	21,81	43,74
PDRB Per Kapita (Ribu Rupiah)	12,37 9,06	157,1 67,76	40,87 2,87	1.218,4 03.739
Tingkat Pengangguran Terbuka (%)	1,83	10,12	5,34	4,91

Tabel 1 memperlihatkan bahwa rata-rata persentase penduduk miskin di Indonesia pada tahun 2013 sebesar 12,20% dengan keragaman sebesar 42,15 dan rata-rata indeks kedalaman kemiskinan sebesar 2,02% dengan keragaman sebesar 1,92.

Berdasarkan pengertian regresi multivariat yaitu regresi dengan lebih dari satu variabel respons di mana variabel-variabel respons tersebut harus saling berkorelasi, maka korelasi antara variabel respons yang digunakan dalam penelitian terlebih dahulu harus diketahui.

Korelasi antara variabel persentase penduduk miskin dan indeks kedalaman kemiskinan sebesar 0.974. Sementara itu, nilai P-Value yang diperoleh lebih kecil dibandingkan nilai taraf nyata yaitu  $0,000 < 5\%$ . Hal ini berarti, terdapat hubungan yang signifikan antara persentase penduduk miskin dan indeks kedalaman kemiskinan.

### 3.2 Estimasi Model Regresi Nonparametrik Spline Multivariat

Model regresi nonparametrik *spline* multivariat dilakukan dengan mendapatkan estimasi parameter regresi. Bentuk estimator regresi *spline* ini sangat dipengaruhi oleh pemilihan titik *knot*  $k_1, k_2, \dots, k_p$  yang optimal. Model regresi terbaik yang berkaitan dengan titik *knot* optimal diperoleh dari nilai GCV paling minimum. Berikut ini merupakan tabel yang menunjukkan titik-titik *knot* optimal, orde optimal, dan GCV minimum pada setiap variabel.

Tabel 2. Titik *Knot* Optimal, Orde Optimal, dan GCV Minimum Untuk Masing-Masing Variabel.

Titik <i>knot</i>	Orde	Nilai GCV
1 titik <i>knot</i>	1	42,564
2 titik <i>knot</i>	1	170,651
3 titik <i>knot</i>	1	0,269
4 titik <i>knot</i>	2	4,501
5 titik <i>knot</i>	3	0,140

Tabel 2 memperlihatkan bahwa nilai GCV minimum diperoleh untuk model dengan 5 titik *knot* yaitu sebesar 0,140. Sehingga model terbaik untuk indikator kemiskinan di Indonesia menggunakan orde 3 dengan 5 titik *knot*. Estimasi parameter untuk model regresi nonparametrik *spline* multivariat dengan 5 titik *knot* diberikan dalam Tabel 3 dan Tabel 4 berikut.

Tabel 3. Estimasi Parameter Model dengan 5 Titik *Knot* untuk Respons 1 Yaitu Persentase Penduduk Miskin.

Parameter	Estimasi	Parameter	Estimasi
$\beta_1$	0,322	$\beta_{21}$	0,129
$\beta_2$	-0,062	$\beta_{22}$	0,523
$\beta_3$	$-7,420.10^{-5}$	$\beta_{23}$	-5,888
$\beta_4$	-0,041	$\beta_{24}$	-19,818
$\beta_5$	0,018	$\beta_{25}$	$-5,112.10^{-4}$
$\beta_6$	0,320	$\beta_{26}$	$-2,895.10^{-11}$
$\beta_7$	0,295	$\beta_{27}$	$1,173.10^{-13}$
$\beta_8$	-54,573	$\beta_{28}$	$3,699.10^{-14}$
$\beta_9$	-187,430	$\beta_{29}$	$-7,133.10^{-13}$
$\beta_{10}$	2,512	$\beta_{30}$	$1,340.10^{-12}$
$\beta_{11}$	0,018	$\beta_{31}$	$-5,134.10^{-12}$
$\beta_{12}$	-1,786	$\beta_{32}$	$1,276.10^{-10}$
$\beta_{13}$	21,558	$\beta_{33}$	179,922
$\beta_{14}$	20,308	$\beta_{34}$	18,000
$\beta_{15}$	240,654	$\beta_{35}$	-0,425
$\beta_{16}$	-41840,011	$\beta_{36}$	-0,116
$\beta_{17}$	-33,078	$\beta_{37}$	59,133
$\beta_{18}$	0,098	$\beta_{38}$	25,566
$\beta_{19}$	0,002	$\beta_{39}$	42,276
$\beta_{20}$	-0,008	$\beta_{40}$	1762,342

Tabel 4. Estimasi Parameter Model dengan 5 Titik *Knot* untuk Respons 2.

Parameter	Estimasi	Parameter	Estimasi
$r$			
$\delta_1$	4,116	$\delta_{21}$	4,346
$\delta_2$	-0,005	$\delta_{22}$	-4,172
$\delta_3$	0,001	$\delta_{23}$	8,369
$\delta_4$	-0,077	$\delta_{24}$	5443,369
$\delta_5$	-0,036	$\delta_{25}$	-0,014
$\delta_6$	-0,061	$\delta_{26}$	$-7,128.10^{-7}$
$\delta_7$	-1,684	$\delta_{27}$	$6,737.10^{-13}$
$\delta_8$	-81,622	$\delta_{28}$	$1,670.10^{-13}$
$\delta_9$	50,531	$\delta_{29}$	$1,342.10^{-11}$
$\delta_{10}$	6,644	$\delta_{30}$	$2,636.10^{-12}$
$\delta_{11}$	-0,082	$\delta_{31}$	$9,599.10^{-11}$
$\delta_{12}$	97,432	$\delta_{32}$	$-2,110.10^{-9}$
$\delta_{13}$	-55,676	$\delta_{33}$	-669,268
$\delta_{14}$	-45,953	$\delta_{34}$	9,904
$\delta_{15}$	2388,061	$\delta_{35}$	-0,643
$\delta_{16}$	-72330,270	$\delta_{36}$	4,546
$\delta_{17}$	7,506	$\delta_{37}$	-5,551
$\delta_{18}$	8,025	$\delta_{38}$	124,937
$\delta_{19}$	0,021	$\delta_{39}$	32,024
$\delta_{20}$	0,192	$\delta_{40}$	4213,688

#### 4. KESIMPULAN DAN SARAN

Model regresi nonparametrik *spline* multivariat terbaik yang menjelaskan hubungan antara variabel-variabel yang diduga berpengaruh terhadap indikator kemiskinan di Indonesia adalah model regresi *spline* kubik dengan lima titik *knot*. Nilai GCV yang dihasilkan adalah 0,140 dan nilai koefisien determinasi ( $R^2$ ) sebesar 99,99%. Bentuk model regresinya sebagai berikut.

$$y_1 = \sum_{j=1}^3 \alpha_j^{(1)} t_1^j + \sum_{l=1}^5 \beta_l^{(1)} (t_1 - k_l^{(1)})_+^3 + \dots + \sum_{j=1}^3 \alpha_j^{(5)} t_5^j + \sum_{l=1}^5 \beta_l^{(5)} (t_5 - k_l^{(5)})_+^3 + \varepsilon_1$$

$$y_2 = \sum_{j=1}^3 \lambda_j^{(1)} t_1^j + \sum_{l=1}^5 \delta_l^{(1)} (t_1 - k_l^{(1)})_+^3 + \dots + \sum_{j=1}^3 \lambda_j^{(5)} t_5^j + \sum_{l=1}^5 \delta_l^{(5)} (t_5 - k_l^{(5)})_+^3 + \varepsilon_2$$

Berikut estimasi model regresi nonparametrik *spline* multivariat.

Untuk variabel respons pertama yakni persentase penduduk miskin, sebagai berikut:

$$\hat{y}_1 = 0,322x_1 - 0,062x_1^2 - 7,420 \cdot 10^{-5}x_1^3 - 0,041(x_1 - 75,910)_+^3 + 0,0189(x_1 - 83,790)_+^3 + 0,320(x_1 - 86,416)_+^3 + 0,2956(x_1 - 91,670)_+^3 - 54,573(x_1 - 96,923)_+^3 - 187,430x_2 + 2,512x_2^2 + 0,018x_2^3 - 1,786(x_2 - 6,039)_+^3 + 21,558(x_2 - 7,555)_+^3 + 20,308(x_2 - 8,061)_+^3 + 240,654(x_2 - 9,071)_+^3 - 41840,0112500000(x_2 - 10,08276)_+^3 - 33,0787939453125x_3 - 0,0982566833496093x_3^2 + 0,002x_3^3 - 0,008(x_3 - 9,449)_+^3 + 0,129(x_3 - 25,627)_+^3 + 0,523(x_3 - 33,716)_+^3 - 5,888(x_3 - 41,805)_+^3 - 19,818(x_3 - 96,923)_+^3 - 5,112 \cdot 10^{-4}x_4 - 2,895 \cdot 10^{-11}x_4^2 + 1,173 \cdot 10^{-13}x_4^3 + 3,69 \cdot 10^{-14} - 7,133 \cdot 10^{-13}(x_4 - 60641,950)_+^3 + 1,340 \cdot 10^{-12}(x_4 - 76729,583)_+^3 - 5,134 \cdot 10^{-12}(x_4 - 108904,850)_+^3 + 1,276 \cdot 10^{-10}(x_4 - 141080,116)_+^3 + 179,922x_5 + 18,000x_5^2 - 0,425x_5^3 - 0,116(x_5 - 1,820)_+^3 + 59,133(x_5 - 4,583)_+^3 + 25,566(x_5 - 5,504)_+^3 + 42,276(x_5 - 7,346)_+^3 + 1762,342(x_5 - 9,188)_+^3$$

Untuk variabel respons kedua yakni indeks kedalaman kemiskinan, sebagai berikut:

$$\hat{y}_2 = 4,116x_1 - 0,005x_1^2 + 0,001x_1^3 - 0,077(x_1 - 75,910)_+^3 - 0,036(x_1 - 83,790)_+^3 - 0,061(x_1 - 86,416)_+^3 - 1,684(x_1 - 91,670)_+^3 - 81,622(x_1 - 96,923)_+^3 + 50,531x_2 + 6,644x_2^2 - 0,082x_2^3 + 97,432(x_2 - 6,039)_+^3 - 55,676(x_2 - 7,555)_+^3 - 45,953(x_2 - 8,061)_+^3 + 2388,061(x_2 - 9,071)_+^3 - 72330,2700000000(x_2 - 10,08276)_+^3 + 7,50687988281250x_3 + 8,02559539794922x_3^2 + 0,021x_3^3 + 0,192(x_3 - 9,449)_+^3 +$$

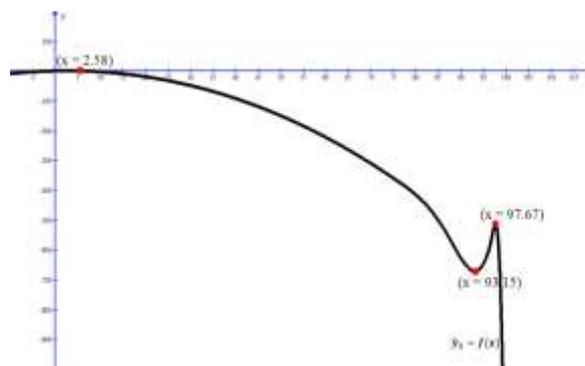
$$4,346(x_3 - 25,627)_+^3 - 4,172(x_3 - 33,716)_+^3 + 8,369(x_3 - 41,805)_+^3 + 5443,369(x_3 - 96,923)_+^3 - 0,014x_4 - 7,128 \cdot 10^{-7}x_4^2 + 6,737 \cdot 10^{-13}x_4^3 + 1,670 \cdot 10^{-13}(x_4 - 12379,050)_+^3 + 1,342 \cdot 10^{-11}(x_4 - 60641,950)_+^3 + 2,636 \cdot 10^{-12}(x_4 - 76729,583)_+^3 + 9,599 \cdot 10^{-11}(x_4 - 108904,850)_+^3 - 2,110 \cdot 10^{-9}(x_4 - 141080,116)_+^3 - 669,268x_5 + 9,904x_5^2 - 0,643x_5^3 + 4,546(x_5 - 1,820)_+^3 - 5,551(x_5 - 4,583)_+^3 + 124,937(x_5 - 5,504)_+^3 + 32,024(x_5 - 7,346)_+^3 + 4213,688(x_5 - 9,188)_+^3$$

Berikut interpretasi dari model *spline* untuk variabel prediktor angka melek huruf menggunakan grafik fungsi kubik yang diolah menggunakan program Graph versi 4.2.2.

Untuk variabel respons pertama yakni persentase penduduk miskin, sebagai berikut:

1. Jika variabel  $x_2, x_3, x_4$ , dan  $x_5$  konstan, maka pengaruh dari angka melek huruf (AMH) ( $x_1$ ) terhadap persentase penduduk miskin ( $y_1$ ) adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}_1 = \begin{cases} 0,322x_1 - 0,062x_1^2 - 7,420 \cdot 10^{-5}x_1^3 & ; x_1 < 75,910 \\ -716,931x_1 + 9,386x_1^2 - 0,041x_1^3 + 18148,916 & ; 75,910 \leq x_1 < 83,790 \\ -334,292x_1 + 4,819x_1^2 - 0,023x_1^3 + 7461,807 & ; 83,790 \leq x_1 < 86,416 \\ 6841,468x_1 - 78,217x_1^2 + 0,296x_1^3 - 199239,966 & ; 86,416 \leq x_1 < 91,670 \\ 14290,011x_1 - 159,470x_1^2 + 0,592x_1^3 - 426842,621 & ; 91,670 \leq x_1 < 96,923 \\ -1523717,414x_1 + 15708,817x_1^2 - 53,980x_1^3 + 49262759,519 & ; x_1 \geq 96,923 \end{cases}$$



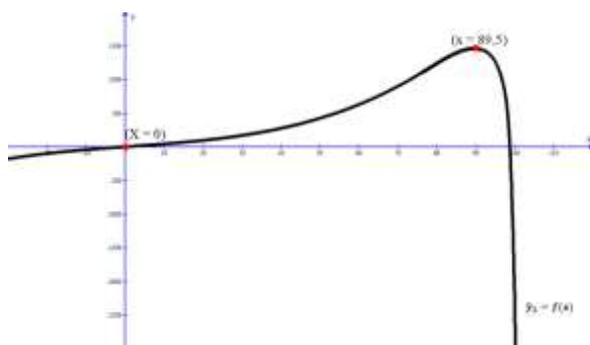
Gambar 1. Grafik Fungsi Kubik untuk Variabel Angka Melek Huruf (AMH) ( $x_1$ ) Terhadap Persentase Penduduk Miskin ( $y_1$ )

Gambar 1 memperlihatkan bahwa semakin tinggi angka melek huruf maka persentase penduduk miskin di Indonesia akan cenderung semakin berkurang, tetapi tidak pada saat angka melek huruf berada pada selang 93,15% sampai 97,67%, di mana persentase penduduk miskin meningkat. Meningkatnya penduduk miskin ketika angka melek huruf berada pada selang 93,15% sampai 97,67% dikarenakan terdapat data yang memencil yaitu data di Provinsi Papua yang memiliki nilai persentase sebesar 31,53%.

Untuk variabel respons kedua yakni indeks kedalaman kemiskinan, sebagai berikut:

1. Jika variabel  $x_2, x_3, x_4$  dan  $x_5$  konstan, maka pengaruh dari angka melek huruf (AMH) ( $x_1$ ) terhadap indeks kedalaman kemiskinan ( $y_2$ ) adalah sebagai berikut :

$$y_2 = \begin{cases} 4,116x_1 - 0,005x_1^2 + 0,001x_1^3 & ; x_1 < 75,910 \\ -1334,072x_1 + 17,622x_1^2 - 0,075x_1^3 + 33860,624 & ; 75,910 \leq x_1 < 83,790 \\ -2095,643x_1 + 26,711x_1^2 - 0,111x_1^3 + 55131,323 & ; 83,790 \leq x_1 < 86,416 \\ -3480,982x_1 + 42,742x_1^2 - 0,173x_1^3 + 95036,782 & ; 86,416 \leq x_1 < 91,670 \\ -45954,135x_1 + 506,069x_1^2 - 1,858x_1^3 + 1392874,761 & ; 91,670 \leq x_1 < 96,923 \\ -2346285,372x_1 + 24239,582x_1^2 - 83,481x_1^3 + 75711465,166 & ; x_1 \geq 96,923 \end{cases}$$



Gambar 2. Grafik Fungsi Kubik untuk Variabel Angka Melek Huruf (AMH) ( $x_1$ ) Terhadap Indeks Kedalaman Kemiskinan ( $y_2$ )

Gambar 2 memperlihatkan bahwa semakin tinggi angka melek huruf maka kecenderungan indeks kedalaman kemiskinan akan semakin menurun.

Untuk penelitian selanjutnya saran yang dapat penulis sampaikan adalah melakukan perbandingan antara model *spline* pada penelitian ini dengan model *spline* yang orde pada setiap variabelnya dikombinasikan. Misalnya dilakukan perbandingan dengan model regresi nonparametrik *spline* multivariat kombinasi linear dan kuadrat; linear dan kubik; kuadrat dan kubik; serta linear, kuadrat dan kubik. Selain itu, apabila ingin menggunakan data penelitian ini, disarankan untuk menambah indikator lain yang belum dimasukan dalam model. Seperti pada variabel respons, indikator yang dapat ditambahkan adalah indeks keparahan kemiskinan.

**DAFTAR PUSTAKA**

Badan Pusat Statistik. 2014. *Perhitungan dan Analisis Kemiskinan Makro Indonesia*. Jakarta: BPS

Bappenas. 2012. *Laporan Pencapaian Tujuan Pembangunan Milenium di Indonesia 2011*. Jakarta: Kementerian Perencanaan Pembangunan/Badan Pembangunan Nasional (Bappenas).

Eubank, R. L. 1999. *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*. 2<sup>nd</sup>ed. New York: Marcel Dekker.

Rumahorbo, R. A. 2014. Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Jumlah Penduduk Miskin Provinsi Sumatera Utara. *Skripsi*. Universitas Hasanudin Makasar.

Sa'yidah, Y. H. dan Arianti, F. 2012. Analisis Kemiskinan Rumah Tangga melalui Faktor-faktor yang Mempengaruhinya di kecamatan Tugu Kota Semarang. *Diponegoro Journal Of Economics*. Vol.1, No.(1), pp.1-11

Wulandari, I. D. A. M. I. dan Budiantara, I. N. 2014. Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Persentase Penduduk Miskin dan Pengeluaran Perkapita Makanan di Jawa Timur Menggunakan Regresi Nonparametrik Birespon Spline. *Jurnal Sains dan Seni*. Vol.3, No.1, pp.30-35.

Yudha, O. R. P. 2013. Pengaruh Pertumbuhan Ekonomi, Upah Minimum, Tingkat Pengangguran Terbuka, dan Inflasi terhadap Kemiskinan di Indonesia Tahun 2009-2011. *Skripsi*. Universitas Negeri Semarang.