TRANSFORMASI *CHARNES AND COOPER* PADA *LINEAR FRACTIONAL PROGRAMMING* DAN PENYELESAIAN DENGAN MENGGUNAKAN METODE *CRISS-CROSS*

Ni Luh Eka Juliartini^{1§}, Ni Ketut Tari Tastrawati², Ida Ayu Putu Ari Utari³

¹Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: niluhekajuliartini@gmail.com]

²Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: tastrawati@unud.ac.id]

³Program Studi Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: idaayuputuariutari@unud.ac.id]

[§]Corresponding Author

ABSTRACT

Linear fractional programming is a class of non-linear programming problems with an objective function in the form of a ratio or comparison. The solution used is the Charnes and Cooper transformation to transform linear fractional programming problems into linear programming problems. This paper applies the Charnes and Cooper transformation to convert such problems into equivalent linear programming models, the solution is continued using the criss-cross method to obtain the optimal solution. This research uses a case study on a convection company and with the research objective is to maximize company profits by comparing selling prices with production capital. Based on the results of the study, a profit of Rp. 134,264,449 was obtained when producing 1.865 medical uniforms, 3.416 PDH, 71 organizations jackets, 124 polo endek shirts, 617 endek shirts.

Keywords: *Criss-Cross Method, Linear Fractional Programming, Charnes and Cooper Transformation.*

1. PENDAHULUAN

Menurut KBBI, perusahaan yang bergerak di bidang pakaian dengan memproduksi pakaian dalam jumlah besar sesuai dengan permintaan disebut perusahaan konveksi. Modal dan harga jual memiliki peran penting atau berpengaruh dalam perkembangan usaha (Purwanti, 2012).

Perusahaan memiliki tujuan untuk memaksimalkan keuntungan. Keuntungan akan terjadi apabila hasil penjualan lebih besar dibandingkan dengan biaya produksi (Sinaga, 2016). Mencapai tujuan tersebut perusahaan dapat melakukan suatu perbandingan antara harga jual terhadap modal, dengan menggunakan salah satu solusi model matematika yang dinamakan *linear fractional programming*.

Linear fractional programming merupakan suatu bagian khusus dari pemrograman *non-linear* yang digunakan untuk memecahkan persoalan optimisasi dengan fungsi tujuan yang berupa perbandingan dua fungsi linear atau rasio fungsi linear. Model permasalahan *linear fractional programming* dituliskan sebagai berikut (Bajalinov, 2003):

Maksimumkan

$$Z = \frac{c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n + \alpha}{d_1x_1 + d_2x_2 + \dots + d_nx_n + \beta} \quad (1)$$

dengan kendala

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

$$a_{mn} \geq 0, m = 1, 2, \dots, m \text{ dan } n = 1, 2, \dots, n$$

Keterangan:

x_n = variabel keputusan *ke – n*

α = konstanta fungsi tujuan (harga jual),

β = konstanta fungsi tujuan (modal)

b = koefisien ruas kanan pada kendala,

c = koefisien fungsi tujuan (harga jual),

d = koefisien fungsi tujuan (modal),

a_{mn} = koefisien kendala dari variabel keputusan *ke – n* pada kendala *ke – m*

Z = fungsi tujuan.

Menyelesaikan model permasalahan *linear fractional programming* dengan cara mentransformasikan terlebih dahulu menjadi

model permasalahan pemrograman linear menggunakan transformasi *Charnes and Cooper* (Charnes & Cooper, 1962). Setelah diperoleh model permasalahan pemrograman linear, penyelesaian dilanjutkan menggunakan metode *criss-cross*.

Metode *criss-cross* merupakan metode penyelesaian permasalahan pemrograman linear yang menggunakan algoritma permasalahan primal dan dual yang dilakukan secara berselang-seling dalam proses iterasi sampai menemukan solusi optimum (Zionts, 1969).

Penelitian mengenai *linear fractional programming* sebelumnya pernah dilakukan oleh Herliati (2022) di perusahaan produksi roti. Penelitian ini menggunakan transformasi *Charnes dan Cooper* dalam mentransformasikan model permasalahan *linear fractional programming* menjadi pemrograman linear. Penelitian selanjutnya pernah dilakukan oleh Wijaya (2015), penelitian ini menggunakan metode *criss-cross* dan metode simpleks sebagai metode penyelesaian.

Berdasarkan uraian tersebut, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian di perusahaan Kalih *Garment Manufacture*. Tujuan penelitian ini adalah untuk memaksimalkan keuntungan pada perusahaan dengan model permasalahan *linear fractional programming* menggunakan metode *criss-cross* sebagai metode penyelesaian.

2. METODE PENELITIAN

2.1 Jenis dan Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari perusahaan Kalih *Garment Manufacture*.

2.2 Metode Analisis Data

Langkah-langkah yang digunakan dalam menganalisis data sebagai berikut:

1. Mengumpulkan serta mengitung data yang telah diperoleh dari perusahaan,
2. Mendefinisikan variabel-variabel keputusan,
3. Mendefinisikan fungsi tujuan yaitu memaksimalkan keuntungan perusahaan dengan perbandingan antara harga jual terhadap modal,
4. Mendefinisikan fungsi kendala,
5. Merumuskan model permasalahan *linear fractional programming* menggunakan persamaan (1),

6. Mentransformasikan permasalahan *linear fractional programming* menjadi permasalahan pemrograman linear menggunakan transformasi *Charnes and Cooper*,
7. Setelah diperoleh model permasalahan pemrograman linear. Penyelesaian dilanjutkan menggunakan metode *criss-cross*, dengan langkah-langkah berikut:
 - a. Mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala dari model permasalahan pemrograman linear yang diperoleh menjadi bentuk kanonik yaitu mengubah bentuk persamaan menjadi pertidaksamaan $\leq$,
 - b. Membuat tabel representasi awal,
 - c. Menentukan penyelesaian dasar,

Jika koefisien fungsi tujuan terdapat nilai negatif maka dilakukan dengan penyelesaian primal, sedangkan jika koefisien ruas kanan fungsi kendala terdapat nilai negatif maka dilakukan dengan penyelesaian dual. Namun jika kedua hal tersebut terjadi maka memilih antara penyelesaian primal atau dual.
 - d. Mencari kolom dan baris pivot,

Jika menggunakan penyelesaian dual maka mencari baris pivot terlebih dahulu, dengan cara mencari koefisien ruas kanan fungsi kendala yang bernilai negatif terkecil. Untuk kolom pivot, dengan cara mencari nilai rasio yang terkecil antara koefisien fungsi tujuan (Z) yang bernilai positif terhadap nilai mutlak pada koefisien baris pivot. Jika menggunakan penyelesaian primal maka mencari kolom pivot terlebih dahulu, dengan mencari koefisien fungsi tujuan (Z) yang bernilai negatif terkecil. Untuk baris pivot dengan mencari nilai rasio terkecil antara ruas kanan fungsi kendala yang bernilai positif terhadap nilai mutlak koefisien kolom pivot.
 - e. Menentukan elemen pivot,

Elemen pivot adalah elemen yang terletak pada perpotongan antara baris pivot dan kolom pivot (Siswanto, 2007). Untuk mencari elemen pivot baru, dapat dicari dengan cara sebagai berikut

$$\text{elemen pivot baru} = \frac{1}{\text{elemen pivot lama}}$$
 - f. Mencari nilai baris pivot baru dan kolom pivot baru,

Untuk penyelesaian dual baris yang memuat elemen pivot, nilainya dikalikan dengan $-$ (nilai mutlak elemen pivot baru). Selanjutnya kolom yang memuat elemen pivot, nilainya dikalikan dengan nilai mutlak elemen pivot baru.

Untuk penyelesaian primal kolom yang memuat elemen pivot, nilainya dikalikan dengan $-$ (nilai mutlak elemen pivot baru). Sedangkan untuk baris yang memuat elemen pivot, nilainya dikalikan dengan nilai mutlak elemen pivot baru.

g. Mencari nilai-nilai, selain nilai pada baris pivot baru,
 $Baris\ baru = baris\ lama -$

$(koef\ kolom\ pivot\ x\ baris\ pivot\ baru)$

h. Memeriksa solusi optimal.

Solusi optimal terjadi saat semua koefisien fungsi tujuan dan ruas kanan fungsi kendala bernilai positif. Jika solusi belum optimal maka dapat mengulangi dari langkah ketiga sampai menemukan solusi optimal, dengan memilih kriteria penyelesaian yang berbeda dari sebelumnya.

8. Intepretasi Hasil.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang diperoleh dari perusahaan disajikan pada Tabel 1. yaitu data modal dan harga jual untuk 700 buah baju kaos, 450 buah

seragam medis, 600 buah pakian dinas harian (PDH), 700 buah jaket organisasi, 650 polo endek, 700 buah kemeja endek.

Tabel 1. Data Modal dan Harga Jual Pakaian

Model Pakaian	Biaya Bahan Baku (Juta)	Biaya Operasional (Juta)	Biaya Produksi (Juta)	Biaya Finishing (Juta)	Biaya Pengiriman (Juta)	Total Modal (Juta)	Total Harga Jual (Juta)
Baju Kaos	24,5	14	7	0,7	0,5	46,7	49
Seragam Medis	40,5	27	4,5	0,45	0,5	72,95	90
PDH	24,8	18	12	0,6	0,2	55,6	78
Jaket Organisasi	33,3	35	14	0,7	0,46	83,46	105
Polo Endek	30,15	19,5	13	0,65	0,6	63,9	78
Kemeja Endek	40,7	28	14	0,7	0,35	83,75	98
Biaya Maksimum	195	142	65	4	2,7	406,36	498

3.1 Mendefinisikan Variabel Keputusan

Berdasarkan data yang diperoleh variabel keputusan dalam penelitian ini sebagai berikut:

- q_1 = jumlah produksi baju kaos (buah)
- q_2 = jumlah produksi seragam medis (buah)
- q_3 = jumlah produksi PDH (buah)
- q_4 = jumlah produksi jaket organisasi (buah)
- q_5 = jumlah produksi polo endek (buah)
- q_6 = jumlah produksi kemeja endek (buah)

3.2 Mendefinisikan Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan dalam penelitian ini dimodelkan dalam bentuk permasalahan *linear fractional programming*, misalkan bahwa

$$x_1 = \frac{q_1}{700}, x_2 = \frac{q_2}{450}, x_3 = \frac{q_3}{600}, x_4 = \frac{q_4}{700}, x_5 = \frac{q_5}{650}, x_6 = \frac{q_6}{700}$$

maka diperoleh fungsi tujuan sebagai berikut:

$$Z = \frac{\frac{49}{700}x_1 + \frac{90}{450}x_2 + \frac{78}{600}x_3 + \frac{105}{700}x_4 + \frac{78}{650}x_5 + \frac{98}{700}x_6}{\frac{46,7}{700}x_1 + \frac{72,95}{450}x_2 + \frac{55,6}{600}x_3 + \frac{83,5}{700}x_4 + \frac{63,8}{650}x_5 + \frac{83,7}{700}x_6}$$

$$Z = \frac{49x_1 + 90x_2 + 78x_3 + 105x_4 + 78x_5 + 98x_6}{46,7x_1 + 72,95x_2 + 55,6x_3 + 83,5x_4 + 63,8x_5 + 83,7x_6}$$

3.3 Mendefinisikan Fungsi Kendala

Biaya-biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan dijadikan sebagai fungsi kendala dimodelkan sebagai berikut:

a. Biaya Bahan Baku

$$\frac{24,5}{700}x_1 + \frac{40,5}{450}x_2 + \frac{24,8}{600}x_3 + \frac{33,3}{700}x_4 + \frac{30,15}{650}x_5 + \frac{40,7}{700}x_6 \leq 195$$

b. Biaya Operasional

$$\frac{14}{700}x_1 + \frac{27}{450}x_2 + \frac{18}{600}x_3 + \frac{35}{700}x_4 + \frac{19,5}{650}x_5 + \frac{28}{700}x_6 \leq 142$$

c. Biaya Produksi

$$\frac{7}{700}x_1 + \frac{4,5}{450}x_2 + \frac{12}{600}x_3 + \frac{14}{700}x_4 + \frac{13}{650}x_5 + \frac{14}{700}x_6 \leq 65$$

d. Biaya Finishing

$$\frac{0,7}{700}x_1 + \frac{0,45}{450}x_2 + \frac{0,6}{600}x_3 + \frac{0,7}{700}x_4 + \frac{0,65}{650}x_5 + \frac{0,7}{700}x_6 \leq 4$$

e. Biaya Pengiriman

$$\frac{0,5}{700}x_1 + \frac{0,5}{450}x_2 + \frac{0,2}{600}x_3 + \frac{0,46}{700}x_4 + \frac{0,6}{650}x_5 + \frac{0,35}{700}x_6 \leq 2,7$$

3.4 Linear Fractional Programming

Berdasarkan fungsi tujuan dan fungsi kendala yang telah disusun, diperoleh model permasalahan *linear fractional programming* pada perusahaan Kalih *Garment Manufacture* sebagai berikut:

Maksimumkan

$$Z = \frac{49x_1 + 90x_2 + 78x_3 + 105x_4 + 78x_5 + 98x_6}{46,7x_1 + 72,95x_2 + 55,6x_3 + 83,5x_4 + 63,8x_5 + 83,7x_6}$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} 24,5x_1 + 40,5x_2 + 24,8x_3 + 33,3x_4 + 30,15x_5 + 40,7x_6 &\leq 195 \\ 14x_1 + 27x_2 + 18x_3 + 35x_4 + 19,5x_5 + 28x_6 &\leq 142 \\ 7x_1 + 4,5x_2 + 12x_3 + 14x_4 + 13x_5 + 14x_6 &\leq 65 \\ 0,7x_1 + 0,45x_2 + 0,6x_3 + 0,7x_4 + 0,65x_5 + 0,7x_6 &\leq 4 \\ 0,5x_1 + 0,5x_2 + 0,2x_3 + 0,46x_4 + 0,6x_5 + 0,35x_6 &\leq 2,7 \\ x_1, x_2, \dots, x_6 &\geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

3.5 Transformasi Charnes and Cooper

Transformasi *Charnes and Cooper* ini digunakan untuk mentransformasikan model permasalahan *linear fractional programming* menjadi permasalahan pemrograman linear. Langkah penyelesaiannya sebagai berikut:

Mengasumsikan bahwa fungsi penyebut dari fungsi tujuan (Z) persamaan (2) adalah $46,7x_1 + 72,95x_2 + 55,6x_3 + 83,5x_4 + 63,8x_5 + 83,7x_6 > 0$

Selanjutnya didefinisikan variabel baru yaitu

$$y_i = x_i \cdot t$$

dengan,

$$y_i, \text{ untuk } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$t = \frac{1}{46,7x_1 + 72,95x_2 + 55,6x_3 + 83,5x_4 + 63,8x_5 + 83,7x_6}$$

Dengan didefinisikan variabel y_i , fungsi tujuan dituliskan dalam bentuk sebagai berikut:

Maksimumkan

$$Z = 49x_1 \cdot t + 90x_2 \cdot t + 78x_3 \cdot t + 105x_4 \cdot t + 78x_5 \cdot t + 98x_6 \cdot t$$

Selanjutnya karena $t > 0$, maka semua fungsi kendala persamaan (2) dikalikan dengan t dan fungsi kendala dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 24,5x_1 \cdot t + 40,5x_2 \cdot t + 24,8x_3 \cdot t + 33,3x_4 \cdot t + 30,15x_5 \cdot t + 40,7x_6 \cdot t - 19,5t &\leq 0 \\ 14x_1 \cdot t + 27x_2 \cdot t + 18x_3 \cdot t + 35x_4 \cdot t + 19,5x_5 \cdot t + 28x_6 \cdot t - 142t &\leq 0 \\ 7x_1 \cdot t + 4,5x_2 \cdot t + 12x_3 \cdot t + 14x_4 \cdot t + 13x_5 \cdot t + 14x_6 \cdot t - 65t &\leq 0 \\ 0,7x_1 \cdot t + 0,45x_2 \cdot t + 0,6x_3 \cdot t + 0,7x_4 \cdot t + 0,65x_5 \cdot t + 0,7x_6 \cdot t - 4t &\leq 0 \\ 0,5x_1 \cdot t + 0,5x_2 \cdot t + 0,2x_3 \cdot t + 0,46x_4 \cdot t + 0,6x_5 \cdot t + 0,35x_6 \cdot t - 2,7t &\leq 0 \end{aligned}$$

$$14x_6 \cdot t - 65t \leq 0$$

$$0,7x_1 \cdot t + 0,45x_2 \cdot t + 0,6x_3 \cdot t + 0,7x_4 \cdot t + 0,65x_5 \cdot t + 0,7x_6 \cdot t - 4t \leq 0$$

$$0,5x_1 \cdot t + 0,5x_2 \cdot t + 0,2x_3 \cdot t + 0,46x_4 \cdot t + 0,6x_5 \cdot t + 0,35x_6 \cdot t - 2,7t \leq 0$$

Hubungan antara variabel x_i dan y_i diperoleh dari mengalikan fungsi penyebut persamaan (2) dengan t , diperoleh fungsi kendala baru yaitu

$$46,7x_1 \cdot t + 72,95x_2 \cdot t + 55,6x_3 \cdot t + 83,5x_4 \cdot t + 63,8x_5 \cdot t + 83,7x_6 \cdot t = 1$$

Berdasarkan uraian diatas, fungsi tujuan dan fungsi kendala ditransformasikan menjadi

Maksimumkan

$$Z = 49y_1 + 90y_2 + 78y_3 + 105y_4 + 78y_5 + 98y_6$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} 24,5y_1 + 40,5y_2 + 24,8y_3 + 33,3y_4 + 30,15y_5 + 40,7y_6 - 195t &\leq 0 \\ 14y_1 + 27y_2 + 18y_3 + 35y_4 + 19,5y_5 + 28y_6 - 142t &\leq 0 \\ 7y_1 + 4,5y_2 + 12y_3 + 14y_4 + 13y_5 + 14y_6 - 65t &\leq 0 \\ 0,7y_1 + 0,45y_2 + 0,6y_3 + 0,7y_4 + 0,65y_5 + 0,7y_6 - 4t &\leq 0 \\ 0,5y_1 + 0,5y_2 + 0,2y_3 + 0,46y_4 + 0,6y_5 + 0,35y_6 - 2,7t &\leq 0 \\ 46,7y_1 + 72,95y_2 + 55,6y_3 + 83,5y_4 + 63,8y_5 + 83,7y_6 &= 1 \\ y_1, y_2, \dots, y_6 &\geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

3.6 Metode Criss-Cross

Penyelesaian dilanjutkan menggunakan metode *criss-cross*, perhitungannya dibantu dengan *Microsoft Excel* 2019. Langkah-langkah penyelesaian metode *criss-cross* sebagai berikut

Langkah pertama, mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala pada rumusan persamaan (3) menjadi bentuk kanonik,

Maksimumkan

$$Z - 49y_1 - 90y_2 - 78y_3 - 105y_4 - 78y_5 - 98y_6$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} 24,5y_1 + 40,5y_2 + 24,8y_3 + 33,3y_4 + 30,15y_5 + 40,7y_6 - 195t &\leq 0 \\ 14y_1 + 27y_2 + 18y_3 + 35y_4 + 19,5y_5 + 28y_6 - 142t &\leq 0 \\ 7y_1 + 4,5y_2 + 12y_3 + 14y_4 + 13y_5 + 14y_6 - 65t &\leq 0 \\ 0,7y_1 + 0,45y_2 + 0,6y_3 + 0,7y_4 + 0,65y_5 + 0,7y_6 - 4t &\leq 0 \\ 0,5y_1 + 0,5y_2 + 0,2y_3 + 0,46y_4 + 0,6y_5 + 0,35y_6 - 2,7t &\leq 0 \\ 46,7y_1 + 72,95y_2 + 55,6y_3 + 83,5y_4 + 63,8y_5 + 83,7y_6 &\leq 1 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 & -46,7y_1 - 72,95y_2 - 55,6y_3 - 83,5y_4 - \\
 & 63,8y_5 - 83,7y_6 \leq -1 \\
 & y_1, y_2, \dots, y_6 \geq 0
 \end{aligned}$$

Langkah kedua, membuat tabel representasi awal berdasarkan rumusan pada persamaan (4) disajikan pada Tabel 2. sebagai berikut:

Tabel 2. Representasi Awal

Variabel Dasar	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	t	Penyelesaian
Z	-49	-90	-78	-105	-78	-98	0	0
S_1	24,5	40,5	24,8	33,3	30,15	40,7	-195	0
S_2	14	27	18	35	19,5	28	-142	0
S_3	7	4,5	12	14	13	14	-65	0
S_4	0,7	0,45	0,6	0,7	0,65	0,7	-4	0
S_5	0,5	0,5	0,2	0,46	0,6	0,35	-2,7	0
S_6	46,7	72,95	55,6	83,5	63,8	83,7	0	1
S_7	-46,7	-72,95	-55,6	-83,5	-63,8	-83,7	0	-1

Langkah selanjutnya, menentukan penyelesaian dasar. Berdasarkan Tabel 2. penyelesaian dasar dapat bebas dipilih antara menggunakan penyelesaian primal atau dual, karena ruas kanan fungsi kendala dan koefisien fungsi tujuan (Z) terdapat nilai negatif. Namun permasalahan ini memilih menggunakan penyelesaian primal sebagai penyelesaian dasar, karena jika memilih penyelesaian dual sebagai penyelesaian dasar penentuan kolom pivotnya tidak memenuhi aturan metode *criss-cross* yaitu mencari kolom pivot dengan cara mencari nilai rasio terkecil dari koefisien fungsi tujuan (Z) yang bernilai positif dengan nilai mutlak pada baris pivot.

A. Iterasi I

Pada iterasi I menggunakan penyelesaian primal, diperoleh y_4 sebagai kolom pivot dan S_6 sebagai baris pivot. Iterasi I diperoleh bahwa tabel solusi belum optimal, karena masih terdapat nilai negatif pada koefisien fungsi tujuan (Z) dan ruas kanan fungsi kendala.

B. Iterasi II

Iterasi II menggunakan penyelesaian dual, dengan S_2 sebagai baris pivot dan y_5 sebagai kolom pivot. Pada iterasi II tabel solusi masih belum optimal, karena masih terdapat nilai negatif pada koefisien fungsi tujuan (Z) dan ruas kanan fungsi kendala. Iterasi dilanjutkan menggunakan penyelesaian yang berbeda yaitu penyelesaian primal.

C. Iterasi III

Iterasi III menggunakan penyelesaian primal, dengan t sebagai kolom pivot dan y_5

sebagai baris pivot. Pada iterasi III tabel solusi masih belum optimal, karena masih terdapat nilai negatif pada ruas kanan fungsi kendala dan koefisien fungsi tujuan (Z). Oleh karena itu, iterasi dilanjutkan menggunakan penyelesaian dual.

D. Iterasi IV

Iterasi IV menggunakan penyelesaian dual, dengan S_5 sebagai kolom pivot dan S_1 sebagai baris pivot. Pada iterasi IV tabel solusi masih belum optimal, karena masih terdapat nilai negatif pada koefisien fungsi tujuan (Z) dan ruas kanan fungsi kendala. Iterasi dilanjutkan menggunakan penyelesaian primal.

E. Iterasi V

Iterasi V menggunakan penyelesaian primal, dengan y_3 sebagai kolom pivot dan S_5 sebagai baris pivot. Pada iterasi V tabel solusi menunjukkan bahwa koefisien fungsi tujuan (Z) sudah bernilai positif semua namun ruas kanan fungsi kendala masih terdapat nilai negatif, artinya solusi masih belum optimal. Iterasi dilanjutkan menggunakan penyelesaian dual.

F. Iterasi VI

Pada Iterasi VI menggunakan penyelesaian dual, dengan y_2 sebagai kolom pivot dan S_3 sebagai baris pivot. Iterasi VI menunjukkan bahwa koefisien fungsi tujuan (Z) sudah bernilai positif semua namun ruas kanan fungsi kendala masih terdapat nilai negatif, artinya solusi masih belum optimal. Iterasi dilanjutkan tetap menggunakan penyelesaian dual.

G. Iterasi VII

Pada Iterasi VII menggunakan penyelesaian dual, dengan y_1 sebagai baris pivot dan y_5 sebagai kolom pivot. Iterasi V menunjukkan solusi masih belum optimal, karena ruas kanan fungsi kendala masih terdapat nilai negatif. Iterasi dilanjutkan dengan penyelesaian dual.

H. Iterasi VIII

Iterasi VIII menggunakan penyelesaian dual, dengan y_5 sebagai kolom pivot, dan y_4 sebagai baris pivot. Tabel solusi belum optimal, karena ruas kanan fungsi kendala masih terdapat nilai negatif sehingga iterasi dilanjutkan tetap menggunakan penyelesaian dual.

I. Iterasi IX

Iterasi IX menggunakan penyelesaian dual, dengan y_1 sebagai baris pivot, dan y_4 sebagai kolom pivot. menunjukkan solusi belum optimal, karena ruas kanan fungsi kendala masih terdapat nilai negatif. Iterasi dilanjutkan dengan penyelesaian dual.

J. Iterasi X

Iterasi X menggunakan penyelesaian dual,

dengan S_4 sebagai baris pivot, dan y_6 sebagai kolom pivot. Pada iterasi ini tabel solusi masih belum optimal, karena ruas kanan fungsi kendala masih terdapat nilai negatif. Iterasi dilanjutkan dengan penyelesaian dual.

K. Iterasi XI

Iterasi XI menggunakan penyelesaian dual, dengan S_4 sebagai kolom pivot, dan y_4 sebagai baris pivot. Pada iterasi XI tabel solusi masih belum optimal, karena ruas kanan fungsi kendala masih terdapat nilai negatif. Iterasi dilanjutkan dengan penyelesaian dual.

L. Iterasi XII

Iterasi XII menggunakan penyelesaian dual, dengan y_4 sebagai kolom pivot, dan y_5 sebagai baris pivot. Pada iterasi XII tabel solusi masih belum optimal, karena ruas kanan fungsi kendala masih terdapat nilai negatif. Iterasi dilanjutkan dengan penyelesaian dual.

M. Iterasi XIII

Pada iterasi XIII dengan menggunakan penyelesaian dual, diperoleh tabel solusi optimal. Tabel solusi disajikan dalam Tabel 3 sebagai berikut:

Tabel 3. Iterasi XIII Penyelesaian Dual

Variabel Dasar	y_1	S_3	S_5	S_6	S_2	S_4	S_1	Penyelesaian
Z	2,222	0,538	21,119	1,343	2,945	0,815	4,496	1,34264449
y_3	4,787	-0,111	5,760	0,009	-2,143	2,699	-0,554	0,009925868
y_5	0,014	0,063	-5,389	0,00034	0,378	1/0,245	0,230	0,000335556
y_2	-1,025	-0,032	-0,921	0,005	0,590	-0,596	0,194	0,005054947
y_6	-0,410	-0,014	-0,816	0,002	0,143	-0,199	-0,086	0,001672387
t	-0,002	0,00003	-0,001	0,000002	0,001	-0,001	0,001	0,000002710
y_4	-0,228	-0,00037	0,148	0,00019	0,093	0,258	0,031	0,000193213
S_7	0	0	0	1	0	0	0	0

Tabel 3. menunjukkan ruas kanan fungsi kendala dan koefisien fungsi tujuan (Z) sudah bernilai positif semua yang artinya solusi sudah optimal. Solusi optimal yang diperoleh dari permasalahan tersebut adalah $Z = 1,34264449$. Untuk mencari nilai x_i dapat digunakan persamaan $y_i = x_i \cdot t$ sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$x_2 = \frac{0,0050549470}{0,000002710} = 1.865 \text{ buah}$$

$$x_3 = \frac{009925868}{0,000002710} = 3.416 \text{ buah}$$

$$x_4 = \frac{0,000193213}{0,000002710} = 71 \text{ buah}$$

$$x_5 = \frac{0,009925868}{0,000002710} = 124 \text{ buah}$$

$$x_6 = \frac{0,001672387}{0,000002710} = 617 \text{ buah}$$

Setelah diperolehnya nilai x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 , langkah selanjutnya mensubstitusikan nilai-nilai tersebut ke dalam fungsi tujuan yang dirumuskan pada persamaan (2) maka diperoleh sebagai berikut:

Maksimumkan

$$Z = \frac{49x_1 + 90x_2 + 78x_3 + 105x_4 + 78x_5 + 98x_6}{46,7x_1 + 72,95x_2 + 55,6x_3 + 83,5x_4 + 63,8x_5 + 83,7x_6}$$

$$Z = \frac{49(0)+90(1.865)+78(3.416)+105(71)+78(124)+98(617)}{46,7(0)+72,95(1.865)+55,6(3.416)+83,5(71)+63,8(124)+83,7(617)}$$

$$Z = \text{Rp } 134.264.449. -$$

Berdasarkan dari data perusahaan Kalih *Garment Manufacture* sebelum dilakukan perhitungan menggunakan metode *criss-cross*, perusahaan memperoleh keuntungan sebesar Rp 91.640.000 dengan memproduksi baju kaos sebanyak 700 buah, seragam medis sebanyak 450 buah, PDH sebanyak 600 buah, jaket organisasi sebanyak 700 buah, polo endek sebanyak 650 buah, dan kemeja endek sebanyak 700 buah. Sedangkan setelah dilakukan perhitungan menggunakan metode *criss-cross*, perusahaan memperoleh keuntungan sebesar Rp 134.264.449 apabila perusahaan memproduksi seragam medis sebanyak 1.865 buah, PDH sebanyak 3.416 buah, jaket organisasi sebanyak 71 buah, polo endek sebanyak 124 buah, dan kemeja endek sebanyak 617 buah.

4 KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang dilakukan sebelumnya, dapat ditarik kesimpulan bahwa permasalahan *linear fractional programming* pada perusahaan Kalih *Garment Manufacture* dapat ditransformasikan menjadi permasalahan pemrograman linear menggunakan transformasi *Charnes and Cooper* dengan hasil transformasi yang dirumuskan pada persamaan (3). Selanjutnya penyelesaian menggunakan metode *criss-cross* perusahaan Kalih *Garment Manufacture* memperoleh keuntungan sebesar Rp 134.264.449 apabila memproduksi seragam medis sebanyak 1.865 buah, PDH sebanyak 3.416 buah, jaket organisasi sebanyak 71 buah, polo endek sebanyak 124 buah, dan kemeja endek sebanyak 617 buah.

4.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, peneliti menyadari bahwa masih terdapat beberapa keterbatasan dalam penelitian ini. Oleh sebab itu, penelitian selanjutnya dapat menggunakan transformasi selain transformasi *Charnes and Cooper*. Salah satunya adalah Hasan Acharjee. Kemudian topik permasalahan *linear fractional programming* dapat dikembangkan lagi dalam aktivitas

perusahaan, sebagai contohnya memaksimalkan laba terhadap tenaga kerja.

DAFTAR PUSTAKA

- Anonim. Kamus Besar Bahasa Indonesia.[Online]. Tersedia di <http://pengertian-konveksi-pakaian-menurut-kbbi/>[Diunduh 26 Agustus 2022].
- Bajalinov, E. B. (2003). *Linear-Fractional Programming Theory, Methods, Applications and Software*. Springer New York, NY. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9174-4>
- Charness, A. dan Cooper, W. (1962). "Programming with linear fractional functions", *Naval Research Logistics Quarterly*. Vol.9. Pg 181-186.
- Pandian, P., & Jayalakshmi, M. (2013). On solving linear fractional programming problems. *Modern Applied Science*, 7(6), 90–100. <https://doi.org/10.5539/mas.v7n6p90>
- Purwanti, E. (2012). Pengaruh karakteristik wirausaha, modal usaha, strategi pemasaran terhadap perkembangan UMKM di desa Dayaan dan Kalilondo Salatiga. *Among Makarti*, 5(1), 18. <https://doi.org/10.1007/BF02532975>
- Puspa Indah Herliati. (2022). Optimisasi Program Linear Pecahan dengan Fungsi Tujuan Berkoefisien Interval Menggunakan Transformasi Charness dan Cooper. *Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau*, 39–39.
- Sinaga, P. R. (2016). "Perancangan Optimasi Produksi Satung Tangan Menggunakan Linear Programming pada PT. Smart Glove Indonesia". *Majalah Ilmiah Informasi dan Teknologi Ilmiah*. 4(1).
- Siswanto. (2007). *Operation Research Jilid I*. Erlangga.
- Wijaya, Angela Irene, D. (2015). Seminar Nasional. *Penyelesaian Linear Fractional Programming Menggunakan Metode Criss-Cross, 10 TH.2015*, 87–93.
- Zionts, S. (1969). The Criss-Cross Method for Solving Linear Programming Problems. *Management Science*, 15(7), 426–445. <https://doi.org/10.1287/mnsc.15.7.426>