

Analisis Kestabilan Model Host-Vector Transmisi HIV/AIDS Pada Pengguna Jarum Suntik

Jafaruddin (Alm)

Jurusan Matematika Universitas Nusa Cendana

Rapmaida M. Pangaribuan

Jurusan Matematika Universitas Nusa Cendana

Email: rapmaida_pangaribuan@yahoo.com

Aryanto

Jurusan Matematika Universitas Nusa Cendana

Email: arirakatesa@gmail.com

Irena A. Henukh

Jurusan Matematika Universitas Nusa Cendana

Email: irena_henukh@yahoo.com

Abstract: HIV/AIDS is a very dangerous disease. The transmission of HIV/AIDS can be in three ways and one of them through a syringe. In this paper we describe SIR and SEIR Host-Vector model transmission of HIV/AIDS amongst populations of injecting drug users. From the existing model we obtained disease-free equilibrium point and endemic equilibrium point. Then we study the stability conditions and sensitivity analysis of the R_0 . The analysis shows if $R_0 < 1$ then the disease-free equilibrium point is stable and if $R_0 > 1$ then the endemic equilibrium point will be stable. We also obtained that parameter of probability host-vector infected with HIV/AIDS affects the increase of number infected HIV/AIDS.

Keywords: HIV/AIDS, Host-Vector Transmission, The Stability of Equilibrium Point.

1. Pendahuluan

Human Immunodeficiency Virus (HIV) adalah virus yang dapat menyebabkan *Acquired Immune Deficiency Syndrome* (AIDS). Kasus HIV di Indonesia pertama sekali ditemukan di Bali pada bulan April 1987 dan mengalami peningkatan yang signifikan pada tahun 2013 sebanyak 29.037 kasus dan tahun 2014 sebanyak 32.711 kasus. Kasus positif AIDS tahun 2013 sebanyak 10.163 kasus dan tahun 2014 mengalami penurunan menjadi 5.494 kasus. Hal ini diperkirakan karena sistem pelaporan yang belum optimal. Dari 5.494 kasus AIDS di Indonesia tahun 2014,

sebanyak 182 jiwa (3,3%) merupakan pengguna napza suntikan (IDU) (Kemenkes RI, 2014).

Penularan penyakit HIV/AIDS ini dapat melalui hubungan seksual, kontak langsung dengan darah penderita HIV, dan secara vertikal dari ibu pengidap HIV kepada bayinya. Model matematika sangat diperlukan untuk menganalisis penularan HIV/AIDS. Pada tahun 2011, Ram Naresh dan Dilep Sharma menggunakan model SIA untuk menganalisis penularan HIV/AIDS secara vertikal dari ibu ke bayinya dan waktu tundaan (time-delay). Tahun 2012, Abdallah S. Waziri juga membentuk model matematika penyebaran HIV/AIDS secara vertikal yaitu SIPTA (*Susceptible-Infection-Treatment PreAIDS-AIDS*).

Penelitian penyebaran HIV/AIDS diantara sesama pengguna jarum suntik dilakukan oleh Greenhalgh dan Hay pada tahun 1997 dengan melakukan modifikasi model Kaplan. Model yang digunakan dalam penelitian tersebut belum membagi host-vector dalam beberapa kompartemen. Di Indonesia Tahun 2004, Besral dkk juga melakukan penelitian dengan judul Potensi Penyebaran HIV dari Pengguna Napza Suntik ke Masyarakat Umum. Penelitian tersebut menggunakan data sekunder dari hasil survey oleh Pusat Penelitian Kesehatan Universitas Indonesia, potensi penularan pada penelitian tersebut menggunakan konsep probabilitas.

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisa kestabilan titik ekuilibrium Model Host-Vector transmisi HIV/AIDS pada pengguna jarum suntik dimana populasi host-vector sudah dibagi dalam beberapa kompartemen dan mengkaji parameter-parameter mana yang paling berpengaruh terhadap R_0 nya, sehingga pencegahan ataupun treatment untuk mengurangi penyebaran HIV/AIDS pada pengguna jarum suntik dapat dilakukan.

2. Data dan Metode

Prosedur yang dilakukan dalam penelitian ini adalah menetapkan beberapa asumsi, kemudian membangun model SIR dan SEIR *Host-Vector* transmisi HIV/AIDS dalam pengguna jarum suntik. Dari model yang telah dibuat dicari titik ekuilibriumnya, kemudian dianalisis kestabilan titik ekuilibriumnya. Didefinisikan R_0 dengan menggunakan metode *The Next Generation Matrix* (NGM) [4]. Serta dilakukan analisis sensitivitas R_0 terhadap parameter-parameter yang mempengaruhi.

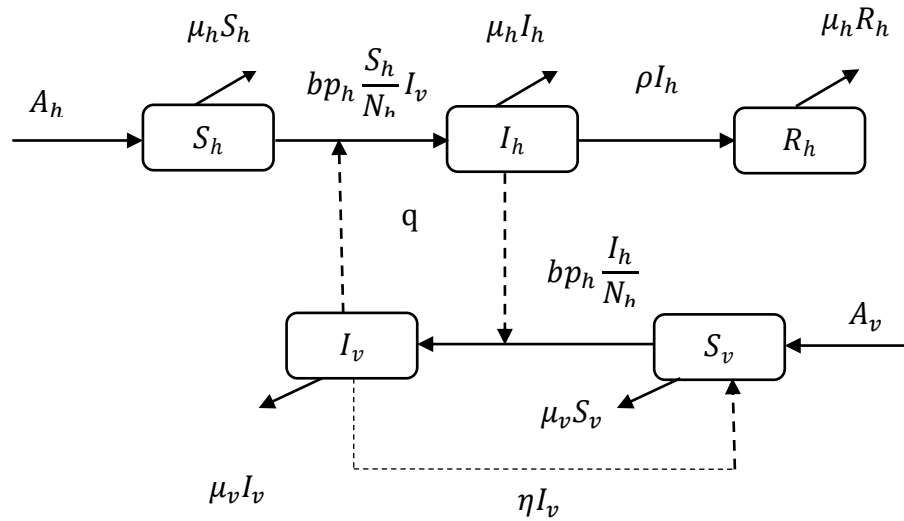
3. Hasil dan Pembahasan

Model SIR dan SEIR *Host-Vector* Transmisi HIV/AIDS dalam Pengguna Jarum Suntik

Dalam model SIR *Host-Vector* transmisi HIV/AIDS dalam pengguna jarum suntik, Populasi *Host* dibagi dalam 3 kompartemen, yaitu S_h, I_h, R_h . Dimana S_h adalah populasi *Susceptible Host* yang merupakan populasi manusia yang sehat dan rentan

terinfeksi HIV pada kalangan pengguna narkoba melalui jarum suntik, I_h adalah populasi *Infected Host* yang merupakan populasi yang terinfeksi HIV dan R_h adalah populasi *Recovered Host* merupakan populasi yang berada dalam masa pengobatan. Jumlah populasi Host diasumsikan konstan, $N_h = S_h + I_h + R_h$.

Populasi *vector* dibagi dalam 2 kompartemen, yaitu S_v dan I_v . S_v adalah *Susceptible Vector* dalam hal ini jarum suntik yang masih steril, dan I_v adalah *Infected Vector* merupakan populasi vektor yang telah terinfeksi HIV/AIDS karena pengaruh dari populasi *host* yang telah terinfeksi HIV/AIDS. Jumlah populasi vektor pada periode waktu satu tahun diasumsikan konstan yaitu $N_v = S_v + I_v$.



Gambar 1. Skema Model SIR *Host-Vector* Transmisi HIV/AIDS pada Pengguna Jarum Suntik

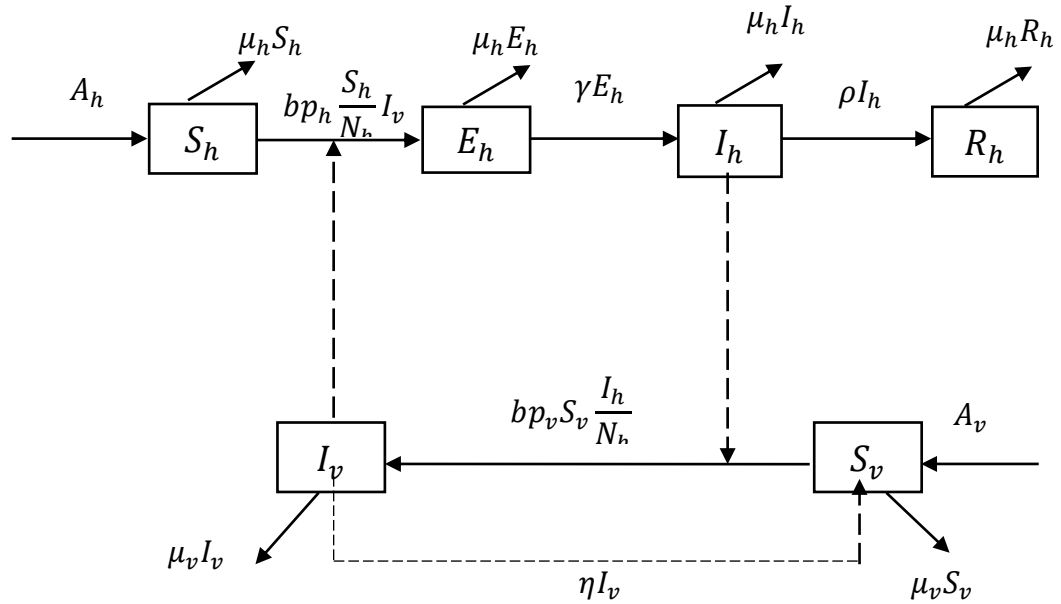
Berdasarkan Gambar 1, model matematika SIR *Host-Vector* Transmisi HIV/AIDS pada pengguna jarum suntik adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_h}{dt} &= A_h - b p_h \frac{S_h}{N_h} I_v - \mu_h S_h \\
 \frac{dI_h}{dt} &= b p_h \frac{S_h}{N_h} I_v - \rho I_h - \mu_h I_h \\
 \frac{dR_h}{dt} &= \rho I_h - \mu_h R_h \\
 \frac{dS_v}{dt} &= A_v - b p_v S_v \frac{I_h}{N_h} + \eta I_v - \mu_v S_v \\
 \frac{dI_v}{dt} &= b p_v S_v \frac{I_h}{N_h} - \eta I_v - \mu_v I_v
 \end{aligned} \tag{1}$$

dengan:

- A_h merupakan laju kelahiran alami dari populasi *host*, dengan $A_h > 0$
- μ_h merupakan laju kematian alami dari populasi *host*, dengan $\mu_h > 0$
- ρ merupakan laju transisi dari kompartemen *infective host* ke kompartemen *recovered host*
- A_v merupakan laju produksi populasi vektor yaitu jarum suntik
- μ_v merupakan laju kerusakan jarum suntik
- b merupakan laju infeksi HIV/AIDS pada populasi *Host* dan *Vector*
- η merupakan laju sterilisasi jarum suntik.

Selanjutnya pada model SEIR dengan menambahkan satu kompartemen *populasi exposed*, yaitu populasi yang berada dalam masa inkubasi dibentuk skema model sebagai berikut:



Gambar 2. Skema Model SEIR *Host-Vector* Transmisi HIV/AIDS pada Pengguna Jarum Suntik

Pada Gambar 2 terdapat parameter γ yang merupakan laju inkubasi populasi *host*, berdasarkan skema tersebut dibentuk model matematika sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_h}{dt} &= A_h - bp_h \frac{S_h}{N_h} I_v - \mu_h S_h \\
 \frac{dE_h}{dt} &= bp_h \frac{S_h}{N_h} I_v - \gamma E_h - \mu_h E_h \\
 \frac{dI_h}{dt} &= \gamma E_h - \rho I_h - \mu_h I_h \\
 \frac{dR_h}{dt} &= \rho I_h - \mu_h R_h \\
 \frac{dS_v}{dt} &= A_v - bp_v S_v \frac{I_h}{N_h} + \eta I_v - \mu_v S_v \\
 \frac{dI_v}{dt} &= bp_v S_v \frac{I_h}{N_h} - \eta I_v - \mu_v I_v
 \end{aligned} \tag{2}$$

Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium Model SIR dan Bilangan Reproduksi R_0

Dari Model 1, diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit :

$$E_0 = (S_h, I_h, R_h, S_v, I_v) = \left(\frac{A_h}{\mu_h}, 0, 0, \frac{A_v}{\mu_v}, 0 \right)$$

dan titik ekuilibrium endemik:

$$E_1 = (S_h^*, I_h^*, R_h^*, S_v^*, I_v^*)$$

dimana :

$$\begin{aligned}
 S_h^* &= \frac{N_h \mu_v (bA_h p_v + \eta \rho N_h + \eta \mu_h N_h + \rho \mu_v N_h + \mu_h \mu_v N_h)}{bp_v (bA_v p_h + \mu_h \mu_v N_h)} \\
 I_h^* &= \frac{b^2 A_h A_v p_h p_v - \eta \rho N_h^2 \mu_h \mu_v - \eta N_h^2 \mu_h^2 \mu_v - \rho N_h^2 \mu_h \mu_v^2 - N_h^2 \mu_h^2 \mu_v^2}{p_v (\rho + \mu_h) (bA_v p_h + N_h \mu_h \mu_v) b} \\
 R_h^* &= \frac{\rho (b^2 A_h A_v p_h p_v - \eta \rho N_h^2 \mu_h \mu_v - \eta N_h^2 \mu_h^2 \mu_v - \rho N_h^2 \mu_h \mu_v^2 - N_h^2 \mu_h^2 \mu_v^2)}{p_v (\rho + \mu_h) (bA_v p_h + N_h \mu_h \mu_v) b \mu_h} \\
 S_v^* &= \frac{(bA_v p_h + N_h \mu_h \mu_v) (\eta \rho + \eta \mu_h + \rho \mu_v + \mu_h \mu_v) N_h}{\mu_v p_h (bA_h p_v + \eta \rho N_h + \eta \mu_h N_h + \rho \mu_v N_h + \mu_h \mu_v N_h) b} \\
 I_v^* &= \frac{b^2 A_h A_v p_h p_v - \eta \rho N_h^2 \mu_h \mu_v - \eta N_h^2 \mu_h^2 \mu_v - \rho N_h^2 \mu_h \mu_v^2 - N_h^2 \mu_h^2 \mu_v^2}{(bA_h p_v + \eta \rho N_h + \eta \mu_h N_h + \rho \mu_v N_h + \mu_h \mu_v N_h) b \mu_v p_h}
 \end{aligned}$$

Selanjutnya dengan menggunakan metode The Next Generation Matrix (NGM) didefinisikan bilangan R_0 untuk model SIR yang merupakan nilai eigen terbesar dari NGM pada titik ekuilibrium bebas penyakit sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{b\sqrt{N_h(\eta\rho + \eta\mu_h + \rho\mu_v + \mu_h\mu_v)} p_h p_v N_v}{N_h(\eta\rho + \eta\mu_h + \rho\mu_v + \mu_h\mu_v)}$$

$$R_0^2 = \frac{b^2 p_h p_v N_v}{N_h(\eta\rho + \eta\mu_h + \rho\mu_v + \mu_h\mu_v)}$$

Teorema 1. Titik ekulibrium bebas penyakit E_0 akan stabil asimtotik lokal jika dan hanya jika $R_0 < 1$.

Teorema 2. Titik ekulibrium endemik E_1 akan stabil asimtotik lokal jika dan hanya jika $R_0 > 1$.

Teorema 3. Sebuah matriks A memiliki nilai eigen negatif apabila diagonal utama matriks $(-A) > 0$ dan $\det(-A) > 0$

Bukti Teorema 1.

Diketahui $R_0 < 1$ akan ditunjukkan titik ekulibrium bebas penyakit E_0 stabil asimtotik lokal. Matriks Jacobian dari Sistem 1 di titik ekuilibrium E_0 adalah:

$$(JE_0) = \begin{bmatrix} -\mu_h & 0 & 0 & 0 & -bp_h \\ 0 & -\rho - \mu_h & 0 & 0 & bp_h \\ 0 & \rho & -\mu_h & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{bp_v N_v}{N_h} & 0 & -\mu_v & \eta \\ 0 & \frac{bp_v N_v}{N_h} & 0 & 0 & -\eta - \mu_v \end{bmatrix}$$

Diagonal utama dari $(-JE_0)$ adalah

$$(-JE_0) = \begin{bmatrix} \mu_h \\ \rho + \mu_h \\ \mu_h \\ \mu_v \\ \eta + \mu_v \end{bmatrix}$$

Diperhatikan bahwa entri diagonal utama $(-JE_0) > 0$.

Selanjutnya determinan dari $(-JE_0)$ adalah :

$$|(-JE_0)| = -\frac{\mu_h^2 \mu_v (b^2 p_h p_v N_v - \eta \rho N_h - \eta \mu_v N_h - \rho \mu_v N_h - \mu_h \mu_v N_h)}{N_h}$$

dapat ditulis

$$\begin{aligned} |(-JE_0)| &= -\frac{\mu_h^2 \mu_v (b^2 p_h p_v N_v - \eta \rho N_h - \eta \mu_v N_h - \rho \mu_v N_h - \mu_h \mu_v N_h)}{N_h} \\ &= (\mu_h^2 \mu_v) [(\eta \rho + \eta \mu_v + \rho \mu_v + \mu_h \mu_v)(1 - R_0^2)] \end{aligned}$$

karena: $0 < \mu_h^2 \mu_v < 1$

$$(1 - R_0^2) > 0$$

$$R_0^2 < 1 \text{ karena diketahui } R_0 < 1$$

Maka $\det(-JE_0) > 0$. Sehingga berdasarkan Teorema 3, matriks $(-JE_0)$ memiliki nilai eigen negatif atau bagian real negatif, dan menurut Horn [5] terbukti bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit E_0 stabil asimtotik lokal.

Selanjutnya diketahui E_0 stabil asimtotik lokal maka akan dibuktikan bahwa $R_0 < 1$, karena stabil asimtotik maka $(-JE_0)$ memiliki nilai eigen negatif. Menurut Teorema 3, diagonal utama $(-JE_0) > 0$ dan $\det(-JE_0) > 0$

Determinan dari $(-JE_0)$ adalah :

$$|(-JE_0)| = -\frac{\mu_h^2 \mu_v (b^2 p_h p_v N_v - \eta \rho N_h - \eta \mu_v N_h - \rho \mu_v N_h - \mu_h \mu_v N_h)}{N_h}$$

dan telah diperoleh :

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{b \sqrt{N_h (\eta \rho + \eta \mu_h + \rho \mu_v + \mu_h \mu_v) p_h p_v N_v}}{N_h (\eta \rho + \eta \mu_h + \rho \mu_v + \mu_h \mu_v)} \\ R_0^2 &= \frac{b^2 p_h p_v N_v}{N_h (\eta \rho + \eta \mu_h + \rho \mu_v + \mu_h \mu_v)} \end{aligned}$$

Maka :

$$\begin{aligned} |(-JE_0)| &= -\frac{\mu_h^2 \mu_v (b^2 p_h p_v N_v - \eta \rho N_h - \eta \mu_v N_h - \rho \mu_v N_h - \mu_h \mu_v N_h)}{N_h} \\ &= (\mu_h^2 \mu_v) [(\eta \rho + \eta \mu_v + \rho \mu_v + \mu_h \mu_v)(1 - R_0^2)] \end{aligned}$$

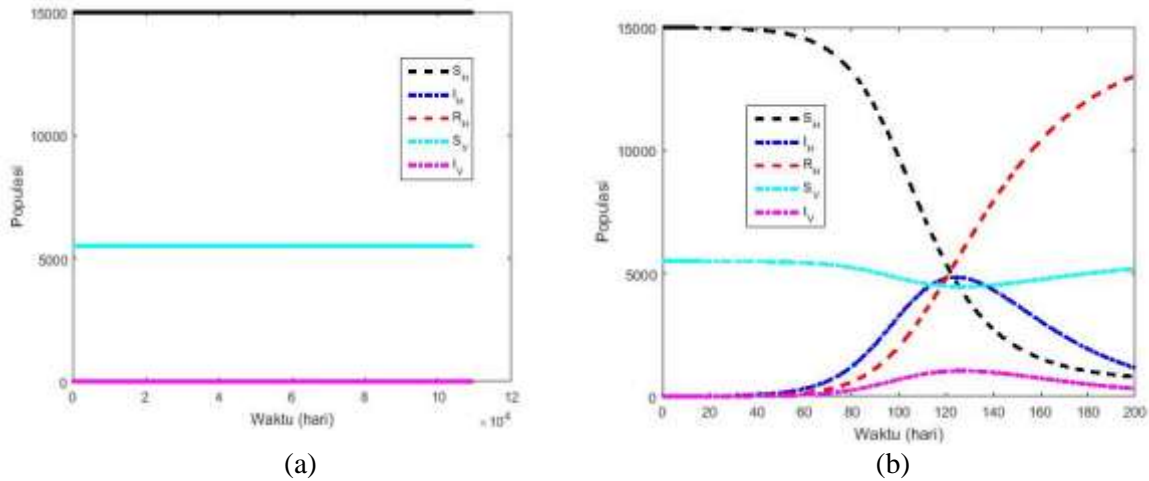
maka: $\mu_h^2 \mu_v < 1$ dan $(1 - R_0^2) > 0$, berarti $R_0^2 < 1$ maka $R_0 < 1$

Determinan $(-JE_0) > 0$ apabila $R_0^2 < 1$ atau $R_0 < 1$, jelas bahwa $R_0 < 1$, sehingga Teorema 1 terbukti.

Dengan cara yang sama Teorema 2 dapat dibuktikan.

Simulasi Numerik Model SIR

Selanjutnya dengan menggunakan data yang memenuhi Teorema 1, yaitu: $A_h = \mu_h \cdot N_h$, $p_h = 0,01$, $\mu_h = 0,0000392$, $A_v = \mu_v \cdot N_v$, $p_v = 0,5$, $\mu_v = 0,0111$, $\rho = 0,0333$, $\eta = 0,3333$, $t = 0..200$, $N_h = 15000$, $N_v = 5500$, $S_h = 14998$, $I_h = 2$, $R_h = 0$, $S_v = 5498$, $I_v = 2$, dan nilai awal yang sama untuk Teorema 2 serta nilai $p_h = 0,5$ dan $p_v = 0,25$, kestabilan dari titik ekuilibrium bebas penyakit (DFE) dan titik ekuilibrium endemik ((DEE) terlihat pada Gambar 3 berikut:



Gambar 3. (a) Grafik Kestabilan DFE pada Model SIR (b) Kestabilan DEE pada Model SIR

Dari Gambar 3 (a) terlihat bahwa untuk jangka waktu yang sangat lama maka populasi *host* dan *vector* akan konvergen ke DFE. Populasi *susceptible host* akan menuju populasi awal, hal ini terjadi karena tidak adanya populasi terinfeksi. Populasi *infective host* dan *recovered host* juga mengalami penurunan. Populasi *susceptible vector* mengalami kenaikan karena belum terjadi infeksi dan populasi *infective vector* akan mengalami penurunan menuju nol. Dari Gambar 3 (b) terlihat bahwa untuk jangka waktu yang sangat lama maka populasi *host* dan *vector* akan konvergen ke DEE.

Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium Model SEIR

Titik ekuilibrium bebas penyakit (DFE) dan titik ekuilibrium endemik (DEE) untuk model SEIR adalah:

$$E_0 = \left(S_h = N_h = \frac{A_h}{\mu_h}, E_h = 0, I_h = 0, R_h = 0, S_v = N_v = \frac{A_v}{\mu_v}, I_v = 0 \right)$$

$$\begin{aligned}
 E_1 = (S_h^* &= \frac{N_h \mu_v A}{\gamma \sigma_v B}, E_h^* = \frac{F}{\gamma \sigma_v BC}, I_h^* = \frac{F}{\sigma_v BD} \\
 R_h^* &= \frac{\rho F}{\sigma_v \mu_h BD}, S_v^* = \frac{BEN_h}{\theta_h \mu_v A}, I_v^* = \frac{F}{\theta_h \mu_v A}) \\
 A &= \left(\begin{aligned} &b\gamma A_h p_v + \eta\gamma\rho N_h + \eta\gamma\mu_h N_h + \eta\rho\mu_h N_h + \eta\mu_h^2 N_h \\ &+ \gamma\rho\mu_v N_h + \gamma\mu_h\mu_v N_h + \rho\mu_h\mu_v N_h + \mu_h^2\mu_v N_h \end{aligned} \right) \\
 B &= bA_v p_h + \mu_h\mu_v N_h \\
 C &= \gamma + \mu_h \\
 D &= \gamma\rho + \gamma\mu_h + \rho\mu_h + \mu_h^2 \\
 E &= \eta\gamma\rho + \eta\gamma\mu_h + \eta\rho\mu_h + \eta\mu_h^2 + \gamma\rho\mu_h\mu_v + \gamma\mu_h\mu_v + \rho\mu_h\mu_v + \mu_h^2\mu_v \\
 F &= \left(\begin{aligned} &b^2\gamma A_h A_v p_h p_v - \eta\gamma\rho\mu_h\mu_v N_h^2 - \eta\gamma\mu_h^2\mu_v N_h^2 - \eta\rho\mu_h^2\mu_v N_h^2 \\ &- \eta\mu_h^3\mu_v N_h^2 - \gamma\rho\mu_h\mu_v^2 N_h^2 - \gamma\mu_h^2\mu_v^2 N_h^2 - \rho\mu_h^2\mu_v^2 N_h^2 \\ &- \mu_h^3\mu_v^2 N_h^2 \end{aligned} \right) \\
 X &= N_h^2\mu_h\mu_v \left(\begin{aligned} &(\eta\gamma\rho + \eta\gamma\mu_h + \eta\rho\mu_h + \eta\mu_h^2 + \gamma\rho\mu_h\mu_v) \\ &+ \gamma\mu_h\mu_v + \rho\mu_h\mu_v + \mu_h^2\mu_v \end{aligned} \right) \\
 \theta_h &= bp_h \\
 \sigma_v &= bp_v
 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan metode NGM diperoleh bilangan reproduksi dasar untuk model SEIR sebagai berikut:

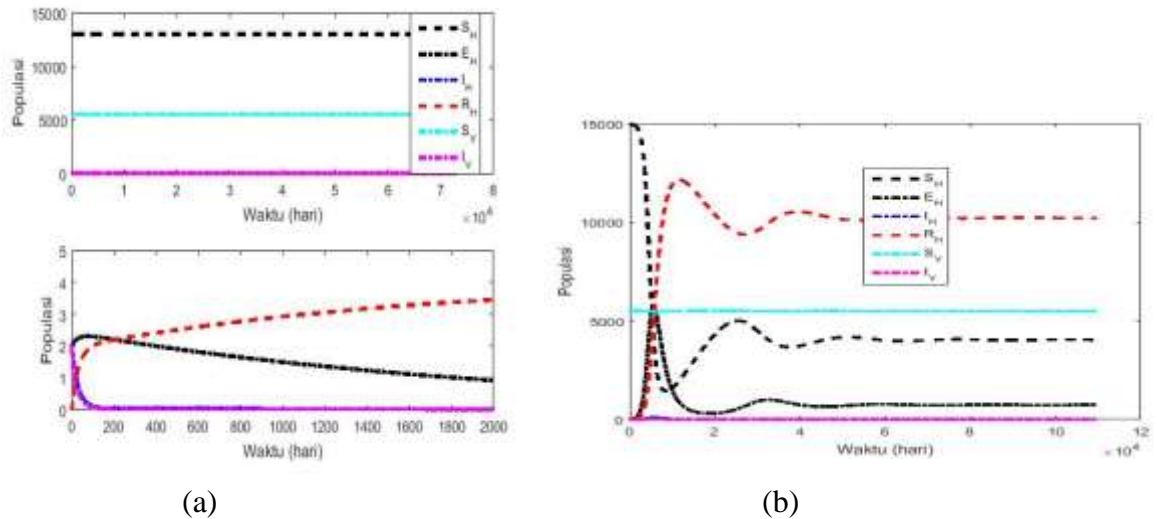
$$\begin{aligned}
 R_0 &= \frac{b\sqrt{N_h \left(\eta\gamma\rho + \eta\gamma\mu_h + \eta\rho\mu_h + \eta\mu_h^2 + \gamma\rho\mu_v + \gamma\mu_h\mu_v + \rho\mu_h\mu_v + \mu_h^2\mu_v \right) \gamma p_h p_v N_v}}{N_h \left(\eta\gamma\rho + \eta\gamma\mu_h + \eta\rho\mu_h + \eta\mu_h^2 + \gamma\rho\mu_v + \gamma\mu_h\mu_v + \rho\mu_h\mu_v + \mu_h^2\mu_v \right)}, \\
 R_0^2 &= \frac{b^2 \gamma p_h p_v N_v}{N_h \left(\eta\gamma\rho + \eta\gamma\mu_h + \eta\rho\mu_h + \eta\mu_h^2 + \gamma\rho\mu_v + \gamma\mu_h\mu_v + \rho\mu_h\mu_v + \mu_h^2\mu_v \right)}
 \end{aligned}$$

Teorema 1 dan Teorema 2 juga berlaku untuk model SEIR dan dapat dibuktikan dengan dengan cara yang sama seperti pada model SIR.

Simulasi Numerik Model SEIR

Nilai parameter yang digunakan untuk model SEIR adalah sebagai berikut
 $A_h = \mu_h \cdot N_h$, $p_h = 0,01$, $\mu_h = 0,0000392$, $A_v = \mu_v \cdot N_v$, $p_v = 0,5$, $\mu_v = 0,0111$, $\rho = 0,0333$, $\eta = 0,3333$, $t = 0 \dots 200$, $N_h = 15000$, $N_v = 5500$, $S_h = 14996$, $E_h = 2$, $I_h = 2$, $R_h = 0$, $S_v = 5498$, $I_v = 2$, dan $\gamma = 0,0005479$ karena sesuai dengan waktu inkubasi virus HIV paling sedikit lima tahun.

Hasil Simulasi numerik untuk model SEIR terlihat pada Gambar 4 berikut:



Gambar 4. (a) Grafik Kestabilan DFE pada Model SEIR (b) Kestabilan DEE pada Model SEIR

Dari Gambar 4 (a) terlihat bahwa pada model SEIR untuk jangka waktu yang lama populasi *host* dan *vector* akan konvergen ke DFE. Gambar 4 (b), populasi susceptible *host* akan mengalami penurunan karena terjadi kontak dengan populasi infective *vector*. Selain itu terjadi penurunan karena adanya kematian alami. Laju pertumbuhan populasi exposed *host* awalnya mengalami peningkatan tetapi semakin lama mengalami penurunan karena populasi tersebut sudah terjadi perpindahan ke infective *host* dan juga adanya kematian alami. Populasi infective *host* awalnya juga mengalami kenaikan kemudian mengalami penurunan karena adanya perpindahan populasi yang mengalami masa pemulihan ke recovered *host*. Laju pertumbuhan populasi infective vektor mengalami penurunan dari jumlah awalnya karena terjadi kerusakan dan adanya sterilisasi jarum suntik.

Analisa Sensitivitas

Analisa sensitivitas dilakukan untuk melihat parameter-parameter mana yang mempengaruhi R_0 . Dalam penelitian ini dilakukan analisa sensitivitas R_0 dan ψ dengan $\psi = \frac{N_v}{N_h}$, R_0 dan ρ , R_0 dan η , R_0 dan bp_h , R_0 dan bp_v , dan juga dilihat hubungan antar parameter terhadap nilai R_0 yang berbeda yaitu bp_h dan bp_v , bp_h dan ρ , bp_h dan η , bp_v dan ρ , bp_v dan η , ψ dan ρ , ψ dan η , ψ dan bp_h , ψ dan bp_v . Dari hasil analisa sensitivitas diperoleh parameter yang paling berpengaruh adalah bp_h dan bp_v .

Hal ini menggambarkan bahwa semakin besar laju infeksi virus pada manusia oleh jarum suntik, maka semakin besar penyebaran HIV/AIDS yang terjadi dan semakin besar laju infeksi virus pada jarum suntik dari manusia yang terinfeksi maka semakin besar penyebaran HIV/AIDS yang terjadi.

4. Simpulan dan Saran

Berdasarkan hasil analisi dan hasil simulasi numerik titik ekuilibrium bebas penyakit akan stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$ dan titik endemik ekuilibrium akan stabil asimtotik lokal jika $R_0 > 1$.

Hasil analisa sensitivitas juga menunjukkan bahwa parameter yang paling berpengaruh terhadap R_0 adalah parameter bp_h dan bp_v artinya untuk meminimalkan penyebaran HIV/AIDS pada pengguna jarum suntik perlu dilakukan beberapa hal seperti menghindari penggunaan jarum suntik di antara sesama pengguna napza, atau melakukan sterilisasi terhadap jarum suntik.

Daftar Pustaka

- [1] D. Greenhalgh and G. Hay, *Mathematical Modelling of the Speard of HIV/AIDS Among Injecting Drug Users*, IMA Journal of Mathematics Applied in Medicine and Biology, Vol 14 pp 11-38, 1997.
- [2] Besral, Budi U. dan Andri P.M, *Potensi Penyebaran HIV dari Pengguna Napza Suntik ke Masyarakat Umum*, Makara Journal of Health Research, Vol.8 No.2 pp 53-58, 2004.
- [3] Kementerian Kesehatan R.I, *Laporan Situasi Perkembangan HIV/AIDS di Indonesia Sampai September 2014*, Jakarta Pusat, 2014.
- [4] P.van den D and J. Watmough, *Reproduction Numbers and Subthreshold Endemic Equilibra for Compartmental Model of Disease Trasmission*, Math Bioscience. 180 29-48, 2002.
- [5] R. A. Horn and C.R Johnson, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, 1990.