

# Analisis Kestabilan Model Insidensi Setengah Jenuh pada Epidemi Flu Burung

**Yomi Kharisma Septika**

Kampus IPB, Jl. Raya Dramaga, Babakan, Kec. Dramaga, Kota Bogor, Jawa Barat 16680  
e-mail: yomikssundoro@gmail.com

**Ali Kusnanto**

Kampus IPB, Jl. Raya Dramaga, Babakan, Kec. Dramaga, Kota Bogor, Jawa Barat 16680  
e-mail: ali\_mat@apps.ipb.ac.id

**Paian Sianturi**

Kampus IPB, Jl. Raya Dramaga, Babakan, Kec. Dramaga, Kota Bogor, Jawa Barat 16680  
e-mail: psianturi@apps.ipb.ac.id

**Abstract:** *The H5N1 avian influenza is an example of a pathogen that is known to cause human disease outbreaks. This study focuses on selecting avian influenza control strategies using Half-Saturated Incidence (HSI) Models. In this study, a model was constructed by involving elements of human self-protection, poultry isolation and poultry vaccination. Furthermore, it is shown that the parameters that influence are the parameters of the population that apply personal protection and its effectiveness, the parameters of the rate of isolation of birds with avian influenza, and the parameters of vaccine coverage and its effectiveness. Increasing the value of this parameter can reduce the basic reproduction number so that disease-free conditions can occur. Hence, controlling the dynamics of disease spread can be done by increasing the value of these parameters.*

**Keywords:** *avian influenza, reproduction number, H5N1, half-saturated incidence*

**Abstrak:** *Flu burung H5N1 adalah contoh patogen yang diketahui sebagai penyebab terjadinya wabah penyakit pada manusia. Penelitian ini berfokus pada pemilihan strategi pengendalian penyakit flu burung dengan menggunakan Model Insidensi Setengah Jenuh (HSI). Dalam penelitian ini dikonstruksi model dengan pelibatan unsur perlindungan diri manusia, isolasi unggas dan vaksinasi unggas. Selanjutnya ditunjukkan bahwa parameter yang berpengaruh adalah parameter populasi yang menerapkan perlindungan diri dan efektivitasnya, parameter tingkat isolasi unggas yang terkena flu burung, serta parameter cakupan vaksin dan efektivitasnya. Peningkatan nilai parameter ini dapat menurunkan bilangan reproduksi dasar sehingga kondisi bebas penyakit dapat terjadi. Sehingga pengontrolan dinamika penyebaran penyakit dapat dilakukan dengan meningkatkan nilai parameter tersebut.*

**Kata Kunci:** *flu burung, bilangan reproduksi, H5N1, insidensi setengah jenuh flu burung, bilangan reproduksi, H5N1, insidensi setengah jenuh*

## 1. Pendahuluan

Penyakit adalah kondisi buruk pada organ atau bagian tubuh tertentu yang disebabkan oleh patogen atau mikroorganisme berbahaya seperti bakteri, virus, luka, dan munculnya sel tidak sempurna. Patogen yang menimbulkan penyakit dapat disebabkan oleh lingkungan yang kurang sehat dan individu lain karena sifatnya yang menular. Flu burung H5N1 adalah contoh patogen yang diketahui sebagai penyebab terjadinya wabah penyakit pada manusia dan penularannya terjadi secara langsung maupun tidak langsung (Hewajuli dan Dharmayanti, 2014).

Menurut OIE (2011), kasus flu burung H5N1 di Indonesia pertama kali dilaporkan pada 2 Februari 2004 dengan total 710 unggas mati. Dengan demikian pendekatan pemodelan sangat penting untuk pengambilan keputusan tentang strategi pengendalian penyakit flu burung H5N1. Pemodelan epidemiologi penyakit menular flu burung H5N1 yang digunakan adalah model SI yang mengkategorikan individu dalam suatu populasi sebagai kelompok yang rentan terhadap penyakit (*Susceptible*) dan terinfeksi penyakit (*Infected*) dimana tingkat insidensi jenuh (*Saturated Incidence/SI*) sering digunakan dalam model epidemik.

Pemodelan matematika dengan tingkat insidensi setengah jenuh digunakan oleh Chong *et al.* (2014) untuk menggambarkan manusia rentan yang melakukan kontak efektif dengan burung ataupun manusia terinfeksi dengan mempertimbangkan efek penghambatan dari perubahan perilaku ataupun tindakan pengendalian yang diambil oleh manusia rentan. Tingkat insidensi setengah jenuh juga dipilih karena adanya pertimbangan efek kejenuhan (*saturation effect*). Dengan kata lain, ketika populasi terinfeksi meningkat atau mencapai titik jenuh, maka laju infeksi penyakit mengalami perlambatan (Ulfa, 2020).

Selanjutnya, Lee dan Lao (2018) mempelajari dinamika global penyebaran penyakit flu burung dengan tingkat insidensi bilinear dan insidensi setengah jenuh pada burung dan manusia. Berkaitan dengan hal tersebut, dalam penelitian ini akan dilakukan analisis model penyebaran penyakit flu burung dengan tingkat insidensi setengah jenuh. Selain itu, akan diberikan beberapa strategi penanganan untuk mencegah atau mengurangi penyebaran penyakit flu burung seperti penerapan perlindungan diri oleh manusia, isolasi unggas, dan vaksinasi unggas. Harapannya salah satu strategi yang disebutkan dapat membantu mengontrol penyebaran penyakit flu burung H5N1.

## 2. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan melakukan rekonstruksi model yang telah dikembangkan oleh Lee dan Lao (2018). Selanjutnya pengembangan

model dilakukan dengan beberapa strategi yaitu: perlindungan diri manusia, isolasi unggas, dan vaksinasi unggas. Dalam penelitian ini, setiap strategi akan memunculkan kompartemen baru sehingga menghasilkan model matematika yang baru. Sehingga fokus utama penelitian ini adalah membandingkan dinamika solusi empat model tersebut terhadap perubahan nilai parameter.

Langkah yang dilakukan dalam membandingkan empat model tersebut adalah dengan melihat kestabilan titik tetap, menentukan bilangan reproduksi dasar ( $\mathcal{R}_0$ ) dan mengamati pengaruh parameter pada dinamika populasi manusia dan burung.

Bilangan reproduksi dasar (dilambangkan dengan  $\mathcal{R}_0$ ) didefinisikan sebagai nilai yang diharapkan terjadi infeksi dalam suatu populasi yang sangat rentan yang dihasilkan oleh individu terinfeksi. Untuk mencari  $\mathcal{R}_0$  akan digunakan matriks *next generation*. Menurut Driessche dan Watmough (2002), klasifikasi bilangan reproduksi dasar,  $\mathcal{R}_0$  dibagi menjadi :

1. Jika  $\mathcal{R}_0 < 1$ , maka jumlah individu yang terinfeksi penyakit akan mengalami penurunan pada setiap waktu, sehingga penyakit tidak akan menyebar dalam suatu populasi.
2. Jika  $\mathcal{R}_0 > 1$ , maka jumlah individu yang terinfeksi penyakit akan mengalami peningkatan pada setiap waktu, sehingga penyakit akan menyebar dalam suatu populasi.

### 3. Hasil dan Pembahasan

#### 3.1 Model Matematika

##### Model I : Model Dasar

Model Flu burung yang digunakan dalam penelitian ini dikembangkan oleh Lee dan Lao (2018). Interaksi antara manusia dan burung dan antar burung menggunakan model insidensi setengah jenuh (*Half-Saturated Incidence/HSI*). Populasi manusia terbagi menjadi  $S_h$ , populasi manusia rentan (*Susceptible*) dan  $I_h$ , populasi manusia terinfeksi (*Infected*). Sedangkan populasi burung terbagi menjadi dua kelas yaitu  $S_b$ , populasi burung yang berisiko tertular penyakit (*Susceptible*) dan  $I_b$ , populasi burung yang terinfeksi parasit (*Infected*). Total populasi manusia dilambangkan dengan  $N_h$  dan total populasi burung dilambangkan dengan  $N_b$ . Secara skematis, model ini dapat digambarkan dalam diagram kompartemen pada Gambar 1a.

### **Model II : Penerapan Perlindungan Diri oleh Manusia**

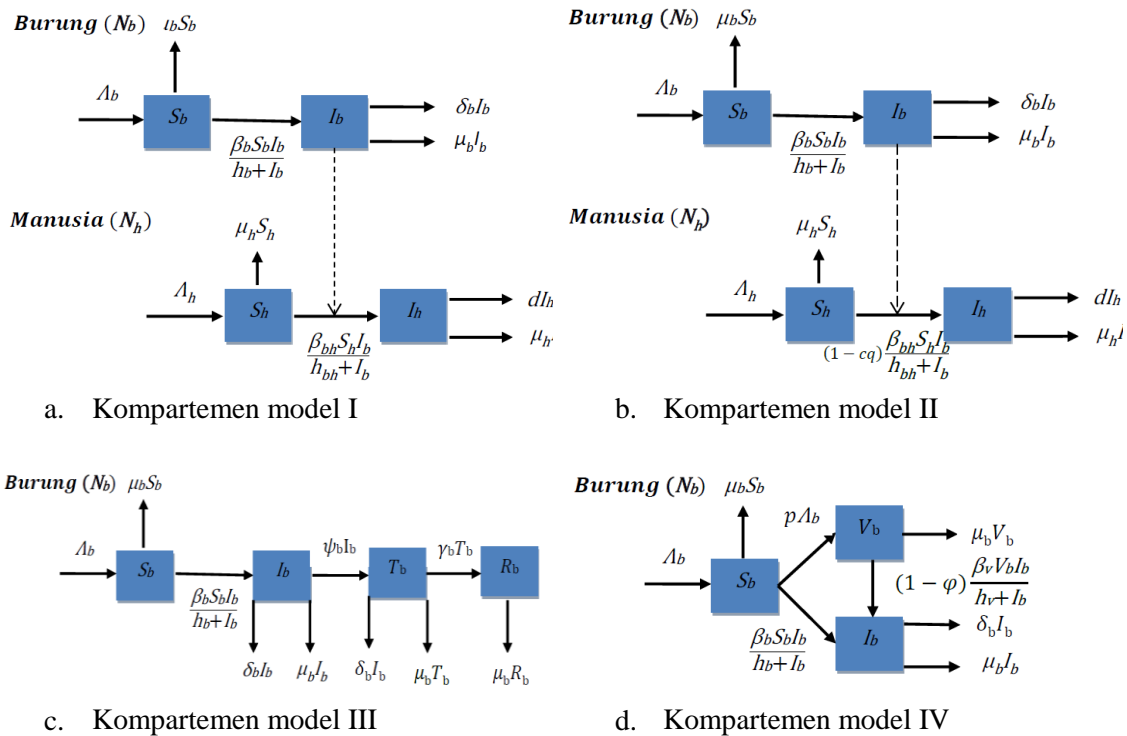
Kurangnya perlindungan diri seperti mengonsumsi unggas yang terinfeksi dan tidak dimasak dengan matang, terpapar debu infeksi, dan kebersihan lingkungan yang buruk adalah beberapa kemungkinan penyebab tertularnya penyakit flu burung H5N1. Oleh karena itu, penerapan perlindungan diri diperlukan oleh manusia untuk meminimalisir tingkat penyebaran penyakit. Selanjutnya, akan diperiksa efek penerapan perlindungan diri dalam mengendalikan transmisi penyakit pada manusia dengan mengubah parameter  $\beta_{bh}$  menjadi  $(1 - cq)\beta_{bh}$ . Kemudian model mengalami modifikasi dan digambarkan ulang ke dalam diagram kompartemen pada Gambar 1b.

### **Model III : Isolasi Unggas**

Pada strategi ini ditambahkan kompartemen baru yaitu populasi burung yang diisolasi (dilambangkan dengan  $T_b(t)$ ) dan burung yang pulih (dilambangkan dengan  $R_b(t)$ ). Dikarenakan isolasi burung tidak berpengaruh terhadap penularan penyakit pada populasi manusia, maka akan dipertimbangkan populasi unggas saja. Namun, untuk menyelidiki bagaimana strategi isolasi unggas bekerja untuk meminimalkan penyebaran penyakit, maka banyaknya burung yang terinfeksi per satuan waktu mengalami modifikasi. Selain itu, juga ditambahkan  $\gamma_b$  (tingkat kepulihan unggas yang terinfeksi) dan  $\psi_b$  (tingkat isolasi unggas yang terinfeksi). Kemudian model mengalami modifikasi dan digambarkan ulang ke dalam diagram kompartemen pada Gambar 1c.

### **Model IV : Vaksinasi Unggas**

Untuk mencegah penyebaran penyakit pada hewan, para peneliti telah mengembangkan vaksin virus flu burung H5N1. Oleh karena itu, akan diterapkan program vaksinasi sebagai strategi pengendalian terhadap unggas. Kemudian akan ditambahkan kompartemen baru mewakili dinamika unggas yang divaksinasi (direpresentasikan oleh  $V_b(t)$ ). Selanjutnya, akan dilakukan modifikasi terhadap banyaknya burung yang rentan dan terinfeksi per satuan waktu dengan menambahkan parameter persentase unggas yang divaksinasi (dilambangkan dengan  $p$ ) dan tingkat kemanjuran vaksinasi unggas (dilambangkan dengan  $\varphi$ ). Asumsi vaksinasi dapat mengurangi kemungkinan tertular flu burung sebesar 50% dibandingkan populasi unggas rentan yang tidak mendapatkan vaksinasi. Kemudian model mengalami modifikasi dan digambarkan ulang ke dalam diagram kompartemen pada Gambar 1d.



Gambar 1. Diagram Kompartemen

Sistem persamaan diferensial yang digambarkan dalam diagram kompartemen di atas, dapat dituliskan dalam persamaan-persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_b}{dt} &= \Lambda_b - \mu_b S_b - \frac{\beta_b S_b I_b}{h_b + I_b}, \\
 \frac{dI_b}{dt} &= \frac{\beta_b S_b I_b}{h_b + I_b} - (\mu_b + \delta_b) I_b, \\
 \frac{dS_h}{dt} &= \Lambda_h - \mu_h S_h - \frac{\beta_{bh} S_h I_b}{h_{bh} + I_b}, \\
 \frac{dI_h}{dt} &= \frac{\beta_{bh} S_h I_b}{h_{bh} + I_b} - (\mu_h + d) I_h,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Sistem Persamaan Diferensial  
 Model I

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_b}{dt} &= \Lambda_b - \mu_b S_b - \frac{\beta_b S_b I_b}{h_b + I_b}, \\
 \frac{dI_b}{dt} &= \frac{\beta_b S_b I_b}{h_b + I_b} - (\mu_b + \delta_b) I_b, \\
 \frac{dS_h}{dt} &= \Lambda_h - \mu_h S_h - (1 - cq) \frac{\beta_{bh} S_h I_b}{h_{bh} + I_b}, \\
 \frac{dI_h}{dt} &= (1 - cq) \frac{\beta_{bh} S_h I_b}{h_{bh} + I_b} - (\mu_h + d) I_h,
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Sistem Persamaan Diferensial  
 Model II

$$\begin{aligned} \frac{dS_b}{dt} &= \Lambda_b - \mu_b S_b - \frac{\beta_b S_b I_b}{h_b + I_b}, \\ \frac{dI_b}{dt} &= \frac{\beta_b S_b I_b}{h_b + I_b} - (\mu_b + \delta_b + \psi_b) I_b, \\ \frac{dT_b}{dt} &= \psi_b I_b - (\mu_b + \delta_b + \gamma_b) T_b, \\ \frac{dR_b}{dt} &= \gamma_b T_b - \mu_b R_b, \end{aligned} \quad (3)$$

### Sistem Persamaan Diferensial Model III

$$\begin{aligned} \frac{dS_b}{dt} &= (1-p)\Lambda_b - \mu_b S_b - \frac{\beta_b S_b I_b}{h_b + I_b}, \\ \frac{dV_b}{dt} &= p\Lambda_b - (1-\varphi)\frac{\beta_v V_b I_b}{h_v + I_b} - \mu_b V_b, \\ \frac{dI_b}{dt} &= \frac{\beta_b S_b I_b}{h_b + I_b} + (1-\varphi)\frac{\beta_v V_b I_b}{h_v + I_b} - (\mu_b + \delta_b) I_b, \end{aligned} \quad (4)$$

### Sistem Persamaan Diferensial Model IV

#### Keterangan :

$S_b(t)$ : Banyaknya burung yang rentan pada waktu  $t$   
 $I_b(t)$ : Banyaknya burung yang terinfeksi pada waktu  $t$   
 $S_h(t)$ : Banyaknya manusia yang rentan pada waktu  $t$   
 $I_h(t)$ : Banyaknya manusia yang terinfeksi pada waktu  $t$   
 $T_b(t)$ : Banyaknya burung yang diisolasi pada waktu  $t$   
 $R_b(t)$ : Banyaknya burung yang pulih pada waktu  $t$   
 $V_b(t)$ : Banyaknya burung yang divaksinasi pada waktu  $t$   
 $N_b(t)$ : Banyaknya populasi burung pada waktu  $t$   
 $N_h(t)$ : Banyaknya populasi manusia pada waktu  $t$   
 $S_b(0)$ : Banyaknya burung yang rentan pada waktu  $t = 0$   
 $I_b(0)$ : Banyaknya burung yang terinfeksi pada waktu  $t = 0$   
 $S_h(0)$ : Banyaknya manusia yang rentan pada waktu  $t = 0$   
 $I_h(0)$ : Banyaknya manusia yang terinfeksi pada waktu  $t = 0$   
 $T_b(0)$ : Banyaknya burung yang diisolasi pada waktu  $t = 0$   
 $R_b(0)$ : Banyaknya burung yang pulih pada waktu  $t = 0$   
 $V_b(0)$ : Banyaknya burung yang divaksinasi pada waktu  $t = 0$

$\Lambda_b$ : Laju kelahiran burung  
 $\Lambda_h$ : Laju kelahiran manusia  
 $\mu_b$ : Laju kematian alami burung  
 $\mu_h$ : Laju kematian alami manusia  
 $\beta_b$ : Tingkat penularan penyakit pada burung  
 $\beta_h$ : Tingkat penularan penyakit dari burung ke manusia  
 $h_b$ : Konstanta setengah jenuh untuk burung tertular flu burung  
 $h_{bh}$ : Konstanta setengah jenuh untuk manusia tertular flu burung dari unggas yang terinfeksi  
 $d$ : Laju kematian akibat penyakit flu burung pada manusia  
 $\delta_b$ : Laju kematian akibat penyakit flu burung pada burung  
 $q$ : Tingkat efisiensi perlindungan diri  
 $c$ : Persentase populasi manusia yang menerapkan perlindungan diri  
 $\gamma_b$ : Tingkat kepulihan unggas  
 $\psi_b$ : Tingkat isolasi unggas  
 $\beta_v$ : Tingkat penularan penyakit pada burung yang divaksinasi  
 $h_v$ : Konstanta setengah jenuh untuk burung yang divaksinasi tertular flu burung  
 $\varphi$ : Tingkat kemanjuran vaksinasi  
 $p$ : Persentase populasi unggas yang divaksinasi

### 3.2 Titik Tetap dan Bilangan Reproduksi Dasar

#### Model I

Titik tetap bebas penyakit,  $E^0 = (S_b^0, I_b^0, S_h^0, I_h^0) = \left(\frac{\Lambda_b}{\mu_b}, 0, \frac{\Lambda_h}{\mu_h}, 0\right)$

Titik tetap endemik,  $E^* = (S_b^*, I_b^*, S_h^*, I_h^*)$

dengan

$$S_b^* = \frac{h_b(\mu_b + \delta_b) + \Lambda_b}{(\mu_b + \beta_b)},$$

$$I_b^* = \frac{\Lambda_b\beta_b - \mu_b h_b(\mu_b + \delta_b)}{(\mu_b + \delta_b)(\mu_b + \beta_b)},$$

$$S_h^* = \frac{\Lambda_h[h_{bh}(\mu_b + \delta_b)(\mu_b + \beta_b) + \Lambda_b\beta_b - \mu_b h_b(\mu_b + \delta_b)]}{\mu_b(\mu_b + \delta_b)[\mu_h h_{bh} - h_b(\mu_h + \beta_{bh})] + \beta_b[\Lambda_b\beta_{bh} + \mu_h[h_{bh}(\mu_b + \delta_b) + \Lambda_b]]},$$

$$I_h^* = \frac{\Lambda_h\beta_{bh}[\Lambda_b\beta_b - \mu_b h_b(\mu_b + \delta_b)]}{[\mu_b(\mu_b + \delta_b)[\mu_h h_{bh} - h_b(\mu_h + \beta_{bh})] + \beta_b[\Lambda_b\beta_{bh} + \mu_h[h_{bh}(\mu_b + \delta_b) + \Lambda_b]](d + \mu_h)}.$$

di mana konstanta  $\Lambda_b\beta_b > \mu_b h_b(\mu_b + \delta_b)$ .

Bilangan reproduksi dasar,  $\mathcal{R}_0 = \frac{\Lambda_b\beta_b}{\mu_b h_b(\mu_b + \delta_b)}$

#### Model II

Titik tetap bebas penyakit,  $E_{PP}^0 = (S_b^0, I_b^0, S_h^0, I_h^0) = \left(\frac{\Lambda_b}{\mu_b}, 0, \frac{\Lambda_h}{\mu_h}, 0\right)$

Titik tetap endemik,  $E_{PP}^* = (S_b^*, I_b^*, S_h^*, I_h^*)$

dengan :

$$S_b^* = \frac{h_b(\mu_b + \delta_b) + \Lambda_b}{(\mu_b + \beta_b)},$$

$$I_b^* = \frac{\Lambda_b\beta_b - \mu_b h_b(\mu_b + \delta_b)}{(\mu_b + \delta_b)(\mu_b + \beta_b)},$$

$$S_h^* = \frac{\Lambda_h[h_{bh}(\mu_b + \delta_b)(\mu_b + \beta_b) + \Lambda_b\beta_b - \mu_b h_b(\mu_b + \delta_b)]}{\mu_b(\mu_b + \delta_b)[\mu_h h_{bh} - h_b\mu_h + (cq-1)\beta_{bh}h_b] + \beta_b[(\Lambda_b - \Lambda_b cq)\beta_{bh} + \mu_h[h_{bh}(\mu_b + \delta_b) + \Lambda_b]]},$$

$$I_h^* = -\frac{\Lambda_h(cq-1)\beta_{bh}[\Lambda_b\beta_b - \mu_b h_b(\mu_b + \delta_b)]}{[\mu_b(\mu_b + \delta_b)[\mu_h h_{bh} - h_b\mu_h + (cq-1)h_b\beta_{bh}] + \beta_b[(\Lambda_b - \Lambda_b cq)\beta_{bh} + \mu_h[h_{bh}(\mu_b + \delta_b) + \Lambda_b]](d + \mu_h)}.$$

di mana konstanta  $\Lambda_b\beta_b > \mu_b h_b(\mu_b + \delta_b)$ .

Bilangan reproduksi dasar,  $\mathcal{R}_{PD} = \frac{(1-cq)\Lambda_h\beta_{bh}}{\mu_h h_{bh}(\mu_b + \delta_b)}$

### Model III

Titik tetap bebas penyakit,  $E_I^0 = (S_b^0, I_b^0, T_b^0, R_b^0) = \left(\frac{\Lambda_b}{\mu_b}, 0, 0, 0\right)$

Titik tetap endemik,  $E_I^* = (S_b^*, I_b^*, T_b^*, R_b^*)$

dengan :

$$S_b^* = \frac{h_b(\mu_b + \delta_b + \psi_b) + \Lambda_b}{(\mu_b + \beta_b)},$$

$$I_b^* = \frac{\Lambda_b\beta_b - \mu_b h_b(\mu_b + \delta_b + \psi_b)}{(\mu_b + \delta_b + \psi_b)(\mu_b + \beta_b)},$$

$$T_b^* = \frac{\Lambda_b\beta_b\psi_b - \mu_b h_b\psi_b(\mu_b + \delta_b + \psi_b)}{(\mu_b + \delta_b + \psi_b)(\mu_b + \beta_b)(\mu_b + \delta_b + \gamma_b)},$$

$$R_b^* = \frac{\gamma_b\psi_b(\Lambda_b\beta_b - \mu_b h_b(\mu_b + \delta_b + \psi_b))}{\mu_b(\mu_b + \delta_b + \psi_b)(\mu_b + \beta_b)(\mu_b + \delta_b + \gamma_b)},$$

di mana konstanta  $\Lambda_b\beta_b > \mu_b h_b(\mu_b + \delta_b + \psi_b)$ .

Bilangan reproduksi dasar,  $\mathcal{R}_I = \frac{\Lambda_b\beta_b}{\mu_b h_b(\mu_b + \delta_b + \psi_b)}$

### Model IV

Titik tetap bebas penyakit,  $E_{Vb}^0 = (S_b^0, V_b^0, I_b^0) = \left(\frac{(1-p)\Lambda_b}{\mu_b}, \frac{p\Lambda_b}{\mu_b}, 0, 0\right)$

Bilangan reproduksi dasar,  $\mathcal{R}_{Vb} = \frac{\Lambda_b}{\mu_b(\mu_b + \delta_b)} \left[ \frac{(1-p)\beta_b}{h_b} + (1 - \varphi) \frac{\beta_v p}{h_v} \right]$

## 3.3 Simulasi Numerik

### Model I

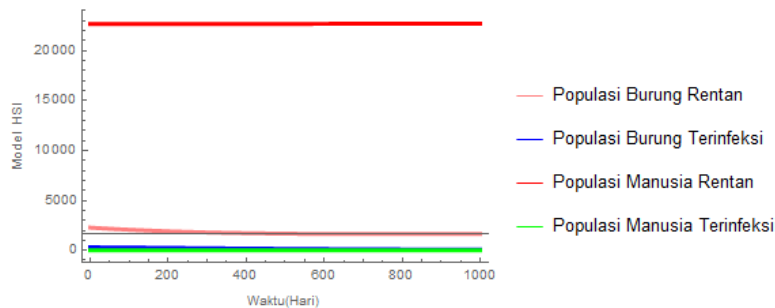
Simulasi numerik dilakukan dengan menggunakan nilai parameter seperti terlihat pada Tabel 1.



Tabel 1. Nilai parameter dari model

Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
$\Lambda_b$	$\frac{1.000}{365}$ individu per hari	$d$	$\frac{6}{(108 \times 10^6) \times 912,5}$ per hari
$\Lambda_h$	$\frac{15.59 N_h(0)}{365 \times 1000}$ per hari	$h_b$	1.405 individu
$\mu_b$	$\frac{1}{2 \times 365}$ per hari	$h_{bh}$	20.000 individu
$\mu_h$	$\frac{1}{67.4 \times 365}$ per hari	$S_b(0)$	2.279 burung
$\beta_b$	$\frac{710}{4.709 \times 30}$ per hari	$I_b(0)$	300 burung
$\beta_{bh}$	$\frac{16}{(108 \times 10^6) \times 912,5}$ per hari	$S_h(0)$	22.675 manusia
$\delta_b$	$\frac{817}{4.709 \times 30}$ per hari	$I_h(0)$	0 manusia

Dengan melakukan substitusi nilai parameter pada Tabel 1 ke dalam model, maka akan diperoleh grafik dinamika populasi pada model HSI seperti dalam Gambar 2 berikut :



Gambar 2. Dinamika populasi pada model HSI

Dalam kondisi ini titik tetap endemik bersifat stabil sehingga penyakit masih ada di dalam populasi. Untuk menanggulangnya, akan disusun strategi-strategi seperti dalam Model II, Model III, dan Model IV.

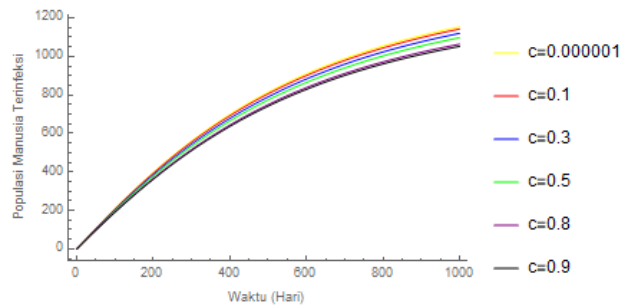
## Model II

Simulasi numerik dilakukan dengan menambah nilai parameter  $c$  dan  $q$ . Simulasi pengaruh persentase populasi manusia yang menerapkan perlindungan diri terhadap dinamika penyebaran penyakit dilakukan menggunakan nilai parameter sesuai pada Tabel 1. Hal ini dapat dijelaskan melalui hasil simulasi dengan perubahan nilai parameter  $q$  yang disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil simulasi perubahan nilai parameter  $c$

Nilai parameter $q$	Nilai parameter $c$	$\mathcal{R}_{PD}$
0.1	0.000001	1,08253
0.1	0.1	1,07171
0.1	0.3	1,05006
0.1	0.5	1,02841
0.1	0.8	0,99593
0.1	0.9	0,985105

Berdasarkan Tabel 2, diperoleh  $\mathcal{R}_{PD} > 1$  untuk  $c$  yang bernilai 0.000001, 0.1, 0.3, dan 0.5 yang menghasilkan titik kestabilan endemik yang bersifat stabil. Selain itu, diperoleh  $\mathcal{R}_{PD} < 1$  untuk  $c$  yang bernilai 0.8 dan 0.9 yang menghasilkan titik kestabilan bebas penyakit yang bersifat sadel. Dinamika populasi manusia terinfeksi dari perubahan nilai parameter  $c$  dilihat dapat pada Gambar 3.



Gambar 3. Dinamika populasi manusia terinfeksi akibat perubahan nilai  $c$

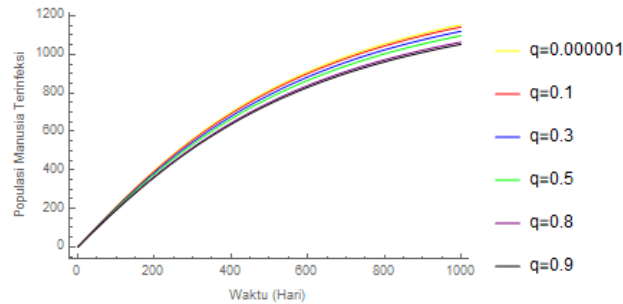
Hasil simulasi pada perubahan parameter  $c$  menunjukkan bahwa pada saat  $c$  ditingkatkan dari 0.5 sampai 0.8 akan menurunkan  $\mathcal{R}_{PD}$  dari 1.02841 sampai 0.99593. Pada kasus ini, batas untuk terjadinya endemik maupun bebas penyakit dapat ditentukan secara analitik yaitu ketika  $c$  sebesar 0.762402 dengan asumsi nilai parameter lain tetap.

Simulasi pengaruh tingkat efisiensi perlindungan diri terhadap dinamika penyebaran penyakit dilakukan menggunakan nilai parameter sesuai pada Tabel 1. Hal ini dapat dijelaskan melalui hasil simulasi dengan perubahan nilai parameter  $q$  yang disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil simulasi perubahan nilai parameter  $q$

Nilai parameter $c$	Nilai parameter $q$	$\mathcal{R}_{PD}$
0.1	0.000001	1,08253
0.1	0.1	1,07171
0.1	0.3	1,05006
0.1	0.5	1,02841
0.1	0.8	0,99593
0.1	0.9	0,985105

Berdasarkan Tabel 3, untuk  $q$  yang bernilai 0.000001, 0.1, 0.3, dan 0.5 menghasilkan nilai  $\mathcal{R}_{PD} > 1$  dan titik tetapnya bersifat stabil, sedangkan untuk  $q$  yang bernilai 0.8 dan 0.9 menghasilkan nilai  $\mathcal{R}_{PD} < 1$  dan titik tetapnya bersifat sadel. Dinamika populasi manusia terinfeksi dari perubahan nilai parameter  $q$  dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Dinamika populasi manusia terinfeksi akibat perubahan nilai  $q$

Hasil simulasi pada perubahan parameter  $q$  menunjukkan bahwa pada saat  $q$  ditingkatkan dari 0.5 sampai 0.8, maka akan menurunkan  $\mathcal{R}_{PD}$  dari 1.02841 sampai 0.99593. Pada kasus ini, batas untuk terjadinya endemik maupun bebas penyakit dapat ditentukan secara analitik ketika  $q$  sebesar 0.762402 dengan nilai parameter lain tetap.

### Model III

Simulasi numerik dilakukan untuk memperlihatkan dinamika solusi dengan nilai parameter yang digunakan adalah  $\psi_b$  dimana nilai  $\psi_b$  berubah-ubah dengan nilai parameter lainnya dibuat tetap. Asumsi nilai awal  $T_b(0) = 0$  dan  $R_b(0) = 0$ .

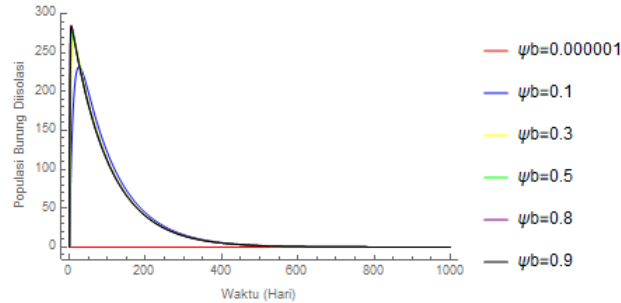
Simulasi pengaruh tingkat isolasi unggas terhadap dinamika penyebaran penyakit dilakukan menggunakan nilai parameter  $\psi_b = [0,1]$ . Hal ini dapat dijelaskan melalui hasil simulasi dengan perubahan nilai parameter  $\psi_b$  yang disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil simulasi perubahan nilai parameter  $\psi_b$

Nilai parameter $\psi_b$	$\mathcal{R}_1$
0.000001	1.00001
0.1	0.0667663
0.3	0.023292
0.5	0.0141066
0.8	0.00886352
0.9	0.00788645

Berdasarkan Tabel 4, diperoleh  $\mathcal{R}_1 > 1$  untuk  $\psi_b$  yang bernilai 0.000001 yang menghasilkan titik kestabilan endemik yang bersifat stabil. Selain itu, diperoleh  $\mathcal{R}_1 < 1$

untuk  $\psi_b$  yang bernilai 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, dan 0.9 yang menghasilkan titik kestabilan bebas penyakit yang bersifat stabil. Dinamika populasi burung diisolasi dari perubahan nilai parameter  $\psi_b$  dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Dinamika populasi burung diisolasi akibat perubahan nilai  $\psi_b$

Hasil simulasi pada perubahan parameter  $\psi_b$  menunjukkan bahwa pada saat  $\psi$  ditingkatkan dari 0.000001 sampai 0.1, maka akan menurunkan  $\mathcal{R}_I$  dari 1.00001 sampai 0.0667663. Pada kasus ini, batas untuk terjadinya endemik maupun bebas penyakit dapat ditentukan secara analitik yaitu ketika populasi burung yang diisolasi sebesar 0.00000110144 dengan asumsi nilai parameter lain tetap.

**Model IV**

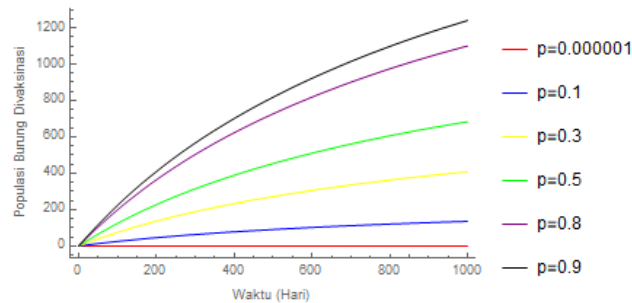
Simulasi numerik dilakukan dengan menambah nilai parameter  $p$  dan  $\varphi$ . Simulasi pengaruh persentase populasi burung yang divaksinasi terhadap dinamika penyebaran penyakit dilakukan menggunakan nilai parameter sesuai pada Tabel 1 dengan asumsi nilai awal  $V_b(0) = 0$ . Hal ini dapat dijelaskan melalui hasil simulasi dengan perubahan nilai parameter  $p$  yang disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil simulasi perubahan nilai parameter  $p$

Nilai parameter $\varphi$	Nilai parameter $p$	$\mathcal{R}_{Vb}$
0.1	0.000001	1.00015
0.1	0.1	0.974535
0.1	0.3	0.923296
0.1	0.5	0.872058
0.1	0.8	0.795201
0.1	0.9	0.769581

Berdasarkan Tabel 5, diperoleh  $\mathcal{R}_{Vb} > 1$  untuk  $p$  yang bernilai 0.000001 yang menghasilkan titik kestabilan endemik yang bersifat stabil. Selain itu, diperoleh  $\mathcal{R}_{Vb} < 1$  untuk  $p$  yang bernilai 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, dan 0.9 menghasilkan titik kestabilan bebas

penyakit yang bersifat stabil. Dinamika populasi burung divaksinasi dari perubahan nilai parameter  $p$  dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Dinamika populasi burung divaksinasi akibat perubahan nilai  $p$

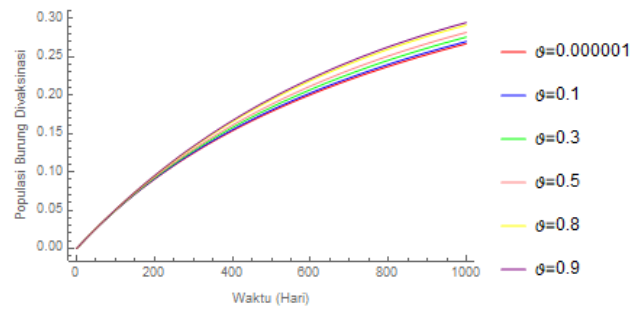
Hasil simulasi pada perubahan parameter  $p$  menunjukkan bahwa pada saat  $p$  ditingkatkan dari 0.000001 sampai 0.1, maka akan menurunkan  $\mathcal{R}_{vb}$  dari 1,00015 sampai 0.974535. Pada kasus ini, batas untuk terjadinya endemik maupun bebas penyakit dapat ditentukan secara analitik yaitu ketika  $p$  sebesar 0,000390381 dengan asumsi nilai parameter lain tetap.

Simulasi pengaruh tingkat kemanjuran vaksinasi terhadap dinamika penyebaran penyakit dilakukan menggunakan nilai parameter sesuai pada Tabel 1. Hal ini dapat dijelaskan melalui hasil simulasi dengan perubahan nilai parameter  $\varphi$  yang disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Hasil simulasi perubahan nilai parameter  $\varphi$

Nilai parameter $p$	Nilai parameter $\varphi$	$\mathcal{R}_{vb}$
0.0002	0.000001	1,00012
0.0002	0.1	1,0001
0.0002	0.3	1,0007
0.0002	0.5	1,00004
0.0002	0.8	0,999987
0.0002	0.9	0,99997

Berdasarkan Tabel 6, untuk  $\varphi$  yang bernilai 0.000001,0.1,0.3, dan 0.5 menghasilkan nilai  $\mathcal{R}_{vb} > 1$  dan titik tetap endemik bersifat stabil, sedangkan untuk  $\varphi$  yang bernilai 0.8 dan 0.9 menghasilkan nilai  $\mathcal{R}_{vb} < 1$  dan titik tetap bebas penyakit bersifat stabil. Dinamika populasi burung divaksinasi dari perubahan nilai parameter  $\varphi$  dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Dinamika populasi burung divaksinasi akibat perubahan nilai  $\varphi$

Hasil simulasi pada perubahan parameter  $\varphi$  menunjukkan bahwa pada saat  $\varphi$  ditingkatkan dari 0.5 sampai 0.8, maka akan menurunkan  $\mathcal{R}_{Vb}$  dari 1.00004 sampai 0.999987. Pada kasus ini, batas untuk terjadinya endemik maupun bebas penyakit dapat ditentukan secara analitik yaitu ketika  $\varphi$  sebesar 0.394992 dengan asumsi nilai parameter lain tetap.

#### 4. Kesimpulan dan Saran

##### Kesimpulan

Pada penelitian ini dilakukan analisis model Insidensi Setengah Jenuh (HSI) dan diperoleh hasil bahwa model memiliki titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik. Titik tetap bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal jika bilangan reproduksi dasar yang diperoleh bernilai kurang dari satu dan titik tetap endemik bersifat stabil asimtotik lokal jika bilangan reproduksi dasar yang diperoleh bernilai lebih dari satu.

Pada simulasi numerik strategi perlindungan diri terlihat bahwa jika parameter populasi manusia yang menerapkan perlindungan diri dan tingkat keefektifannya ditingkatkan maka dapat menurunkan bilangan reproduksi dasar. Kedua parameter tersebut sama cepatnya dalam membuat populasi menuju keadaan endemik. Dinamika penyebaran penyakit dapat dikontrol dengan menambah populasi manusia yang menerapkan perlindungan diri atau dengan menambah tingkat keefektifannya. Batas nilai kedua parameter dapat ditentukan secara analitik dan diperoleh hasil bahwa kedua parameter tersebut memiliki hubungan linear.

Pada simulasi numerik strategi isolasi unggas terlihat bahwa jika parameter tingkat isolasi unggas ditingkatkan maka dapat menurunkan bilangan reproduksi dasar. Dinamika penyebaran penyakit dapat dikontrol dengan menambah tingkat isolasi unggas. Batas nilai parameter tersebut dapat ditentukan secara analitik yaitu dengan menghitung batas perubahan nilai bilangan reproduksi dasarnya untuk menentukan terjadinya kejadian bebas penyakit atau endemik.

Pada simulasi numerik strategi vaksinasi unggas terlihat bahwa jika parameter populasi unggas yang divaksinasi dan tingkat kemanjurannya ditingkatkan maka dapat menurunkan bilangan reproduksi dasar. Dinamika penyebaran penyakit dapat dikontrol dengan menambah populasi unggas yang divaksinasi atau dengan menambah tingkat kemanjuran vaksinasi. Batas nilai kedua parameter dapat ditentukan secara analitik dan diperoleh hasil bahwa kedua parameter tersebut memiliki hubungan tak linear. Populasi unggas yang divaksinasi lebih cepat membuat populasi menuju keadaan endemik dibandingkan tingkat kemanjuran vaksinasi. Hal ini dikarenakan betapa pun tingkat kemanjuran vaksin tersebut, jika mayoritas populasi tidak divaksinasi, maka akan sulit untuk mengontrol dan mencegah penularan penyakit infeksi.

### **Saran**

Penelitian ini diharapkan dapat dikembangkan lebih lanjut dengan penambahan asumsi populasi burung yang tidak tertutup, yaitu adanya migrasi yang terjadi di dalam populasi burung.

### **Ucapan Terima Kasih**

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Departemen Matematika IPB yang telah memberi dukungan financial terhadap penelitian/makalah ini.

### **Daftar Pustaka**

- Chong, N.S., Tchuenche, J.M., & Smith, R.J. (2014). A Mathematical Model of Avian Influenza with Half-Saturated Incidence. *Theory in Biosciences*, 133(2014), 23-38.
- Driessche, P.V.D., Watmough, J. (2002). Reproduction Numbers and Sub-Threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission. *Mathematical Biosciences*, 180(2002), 2948.
- Hewajuli, D.A., & Dharmayanti, N.L.P.I. (2014). Identifikasi Flu Burung H5N1 pada Unggas di Sekitar Kasus Flu Burung pada Manusia Tahun 2011 di Bekasi. *Jurnal Veteriner*, 15(1), 68-78.
- Lee, H., & Lao, A. (2018). Transmission Dynamics and Control Strategies Assessment of Avian Influenza A (H5N6) in the Philippines. *Infectious Disease Modelling*, 3(2018), 35-59.
- [OIE] Office International des Epizooties. (2011). Update on Avian Influenza in Animals (Types H5 and H7) [internet]. [diacu 2020 Desember 10]. Tersedia dari: [http://web.oie.int/waHSI/reports/en\\_fup\\_0000011040\\_20110921\\_161632.pdf](http://web.oie.int/waHSI/reports/en_fup_0000011040_20110921_161632.pdf).
- Ulfa, S.A. (2020). Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Pada Tanaman *Jatropha Curcas* [skripsi thesis]. Surabaya (ID) : Universitas Airlangga.