Jurnal Matematika Vol. 2 No. 1, Desember 2011. ISSN : 1693-1394

Aplikasi Algoritma Biseksi dan Newton-Raphson dalam Menaksir Nilai Volatilitas Implied

Komang Dharmawan*

Jurusan Matematika FMIPA, Universitas Udayana
Kampus Bukit Jimbaran Badung, Bali
e-mail: Komang_Dharmawan@yahoo.com.au

I Nyoman Widana

Jurusan Matematika FMIPA, Universitas Udayana
Kampus Bukit Jimbaran Badung, Bali
e-mail: nwidana@yahoo.com

Abstract: Volatilitas adalah suatu besaran yang mengukuran seberapa jauh suatu harga saham bergerak dalam suatu periode tertentu dapat juga diartikan sebagai persentase simpangan baku dari perubahan harga harian suatu saham. Menurut teori yang dikembangkan oleh Black-Scholes in 1973, semua harga opsi dengan 'underlying asset' dan waktu jatuh tempo yang sama tetapi memiliki nilai exercise yang berbeda akan memiliki nilai volatilitas implied yang sama. Model Black-Scholes dapat dipakai mengestimasi nilai volatilitas implied dari suatu saham dengan mencari sulusi numerik dari persamaan invers dari model Black-Scholes. Makalah ini mendemonstrasikan bagaimana menghitung nilai volatilitas implied suatu saham dengan mengasumsikan bahwa model Black-schole adalah benar dan suatu kontrak opsi dengan dengan umur kontrak yang sama akan memiliki harga yang sama. Menggunakan data harga opsi Sony Corporation (SNE), Cisco Systems, Inc (CSCO), dan Canon, Inc (CNJ) diperoleh bahwa, Implied Volatility memberikan harga yang lebih murah dibandingkan dengan harga opsi dari volatilitas yang dihitung dari data historis. Selain itu, dari hasil iterasi yang diperoleh, metode Newton-Raphson lebih cepat konvergen dibandingkan dengan metode Bisection.

Keywords: Implied volatilitas, Model Black-Scholes

1. Pendahuluan

Pada tahun 1973, Black dan Scholes mempublikasikan artikel yang mendeskripsikan sebuah model untuk penilaian harga opsi yang dikenal dengan nama model Black-Scholes. Model ini merupakan model persamaan matematis yang menyatakan bahwa nilai suatu aset mengikuti gerak *Geometric Brownian* pada suatu suku bunga dan tingkat ketidakstabilan (volatilitas) tertentu. Model ini memberikan solusi untuk penilaian opsi *put* dan *call* option dengan membutuhkan lima variabel, yaitu: harga saham yang menjadi induk (*underlying*) opsi, harga pelaksanaan *strike price* atau *exercise price* dari opsi, umur opsi *expiration date*, standar deviasi dari harga saham saham (volatilitas), dan tingkat suku bunga.

Dalam model Black-Scholes, volatilitas merupakan variabel yang tidak dapat diobservasi secara langsung di pasar. Volatilitas yang menjadi *underlying asset* (saham induk yang mendasari pembentukan opsi) diasumsikan konstan. Asumsi ini mendapatkan banyak bantahan karena tidak sesuai dengan apa yang terjadi pada pasar sebenarnya yaitu nilai volatilitas mengikuti proses stokastik

*Terima Kasih untuk Dian Wulan Retno, untuk data harga opsi

(nilainya berubah-ubah) yang tergantung pada waktu dan harga saham. Hal ini tentu bertetangan dengan klaim bebera peneliti bahwa volatilitas merupakan variabel yang tidak dapat diobservasi secara langsung di pasar dan bergerak secara random. Sehingga diperlukan metode yang akurat dalam menaksir nilai volatilitas. Beberapa model yang diusulkan oleh beberapa peneliti untuk memodelakan prilaku volatilitas anatar lain model volaltilitas stokastik diusulkan oleh Hull [6]. Dalam model ini volatilitas diasumsikan berupa fungsi dari waktu. Model volatilitas ini menggunakan metode empiris dengan mencocokan data secara statistik.

Penentuan harga opsi yang tepat dan wajar sangatlah penting dalam strategi investasi. Kesalahan dalam memprediksi volatilitas akan berakibat pada kesalahan dalam penentuan harga opsi. Beberapa model ditawarkan untuk menangulangi masalah ini, seperti menghitung nilai implied volatily Renault dan Touzi [13] , atau melakukan peramalan dengan metode GARCH seperti pada Duan [4] atau Heston and Nandi [5]. Teori lain dalam penentuan harga opsi dalam sebuah portofolio opsi dimana volatilitas tidak diketahui secara pasti dikembangkan oleh Avellaneda, Levy, dan Paras [1] atau Avellaneda and Paras [2]. Model volatilitas tidak tentu ini mengasumsikan bahwa proses volatilitas akan berfluktuasi dalam batasan volatilitas minimum dan volatilitas maksimum. Model ini memfokuskan pada penentuan harga ekstrim, atau pada batas atas dan bawah dari harga opsi, yang bersesuaian dengan skenario kasus terjelek untuk posisi jual maupun posisi beli. Metode lain adalah dengan menaksir implied volatility [10]. Selain itu, Latane dan Rendleman [9] menaksir volatilitas implied dari suatu saham yang sudah ada nilai opsinya menggunakan model Black-Scholes. Volatilitas implied ini dipakai untuk menaksir nilai volatilitas yang sebenarnya. Hal ini dapat dilakukan dengan mencari invers dari fungsi Black-Scholes. Akan tetapi invers dari fungsi Black-Scholes tidak mempunyai penyelesaian yang eksak, yang berarti bahwa persamaan invers dari Black-Scholes harus diselesaikan secara numerik. Makalah ini meupakan pengembangan dari makalah dari Dharmawan [3]. Dalam makalah ini akan dibahas penerapan metode Biseksi dan metode Newton-Raphson dalam menaksir nilai volatilitas implied.

2. Menaksir nilai volatilitas *Implied*

Jika harga dan umur suatu opsi diketahui maka nilai volatilitas dari harga saham yang menjadi induk opsi tersebut dapat diestimasi. Nilai volatilitas dikenal dengan nama volatilitas implied. Nilai volatilitas implied didefinisikan sebagai nilai volatilitas yang mengacu pada harga opsi di pasar yan dihitung dengan rumus Black-Scholes. Misalkan C_{obs} menyatakan harga pasar sebuah opsi dan $\sigma_t(T, K)$ adalah volatilitas implied dari harga saham induk dari opsi tersebut. Jika pelaku pasar modal mengasumsikan bahwa harga pasar dari sebuah opsi sama dengan harga teoritis yang dihitung menggunakan formula Black-Scholes, atau

$$\begin{aligned} C_{\text{obs}} &= C_{\text{BS}} \\ &= S\mathbf{N}(d_1) - Ke^{-rT}\mathbf{N}(d_2) = 0 \end{aligned}$$

maka fungsi volatilitas dapat didefinisikan sebagai

$$\begin{aligned} f(\sigma) &= C_{\text{obs}} - S\mathbf{N}(d_1) - Ke^{-rT}\mathbf{N}(d_2) && (1) \\ &= C_{\text{obs}} - C_{\text{BS}}(\sigma) && (2) \end{aligned}$$

Nilai $\sigma_t(T, K)$ dapat ditentukan jika persamaan non-linear $f(\sigma)$ mempunyai invers, yaitu

$$\sigma_t(T, K) = \text{BS}^{-1}(C_{\text{obs}} \qquad (3)$$

Nilai volatilitas selalu positif karena C_{BS} adalah kontinu dan $C_{\text{obs}}(\sigma)$ monoton naik pada $[0, \infty)$.

3. Metode Biseksi

Penerapan metode Biseksi dalam menaksir nilai volatilitas implied dilakukan, pertama-tama dengan menetapkan dua taksiran volatilitas yaitu σ_{high} dan σ_{low}. Kemudian nilai hampiran untuk σ didapat dengan melakukan iterasi berulang-ulang pada formula

$$\sigma_{i+1} = \left(\frac{\sigma_{\text{high}} + \sigma_{\text{low}}}{2}\right) \tag{4}$$

sampai $f(\sigma_i)| \leq \varepsilon$, untuk $i = 0, \cdots \infty$. Algoritma Biseksi untuk menghitung nilai taksiran implied volatility adalah sebagai berikut:

```
Input :max_iter=100; T;tolerance=10-6; error = -1010;
Input :min_vol=0.001;
sigma_high=0.4;
price=blsprice(S, K, r, T, sigma_high,[]);
while price < option_price
    sigma_high=2.0*sigma_high;
    price=blsprice(S, K, r, T, sigma_high,[]);
    if sigma_high>high_value
    fprintf(Error);
    end
end
for i=1:max_iter
    sigma=(sigma_low+sigma_high)/2;
    price=blsprice(S, K, r, T, sigma,[]);
    test = (price-option_price);
if abs(test)<tolerance
    fprintf( %2.0d | %8.6f\n,i, sigma);
break;
end
if test<0.0
    sigma_low=sigma;
else
    sigma_high=sigma;
end
```

4. Metode Newton-Raphson

Dalam metode Newton-Raphson yang digunakan untuk menaksir nilai volatilitas implied diperlukan taksiran awal volatilitas dan turunan pertama dari fungsi volatilitas.

$$f(\sigma) = C_{\text{obs}} - C_{\text{BS}}(\sigma)$$

maka turunan pertama dari f adalah

$$f'(\sigma) = -\frac{\partial C_{\text{BS}}(\sigma)}{\partial \sigma}$$

sehingga menggunakan metode Newton-Raphson didapat formula iterasi:

$$\begin{aligned} \sigma_{i+1} &= \sigma_i - \frac{f(\sigma)}{f'(\sigma)} && (5) \\ &= \sigma_i - \frac{C_{\text{obs}} - C_{\text{BS}}(\sigma)}{-\frac{\partial C_{\text{BS}}(\sigma)}{\partial \sigma}} && (6) \end{aligned}$$

dimana $i = 0, \cdots, \infty$ dilakukan sampai $f(\sigma_i)| \leq \varepsilon$. Nilai awal dari volatilitas dihitung dengan formula

$$\sigma_0 = \left(\frac{C_{\text{obs}}}{0.398 \times \sqrt{T}} \right) \tag{7}$$

Formula (7) merupakan usulan dari Odegaard (2007). Algoritma secara lengkap adalah sebagai berikut:

```
input S, K, C, r, T
%pengecekan pelanggaran arbitrage
if C < 0.99*(S -K*exp(-T*r)) then vol=0
max_iter=100;
t_sqrt=sqrt(T);
tolerance=10-6;
sigma=(harga-opsi/S)/(0.398*t_sqrt);
for i=1:max_iter
    prices=blsprice(S, K, r, T, sigma,[]);
diff = option_price - prices
if abs(diff)<tolerance
    d1=((log(S/K)+r*T)/(sigma*t_sqrt))+(0.5*sigma*t_sqrt);
    vega=S*t_sqrt*normpdf(d1)
    sigma=sigma+diff/vega
```

5. Contoh Kasus

Berikut ini, adalah contoh perhitungan estimasi nilai volatilitas untuk Sony Corporation (SNE), saham Cisco Systems, Inc (CSCO), dan saham Canon, Inc (INJ). Hasil perhitungan dari data historis untuk saham Sony Corporation (SNE) dengan 254 keluaran saham diperoleh perhitungan volatilitas sebagai berikut.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \left[\ln \left(\frac{S_{i+1} + D_i}{S_i} \right) - r \right]^2 \times N \tag{8}$$

dengan

$$r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \ln \left(\frac{S_{i+1} + D_i}{S_i} \right)$$

dengan N menyatakan banyaknya observasi data penutupan harga saham yang dicatat mulai dari 1 Maret 2010 sampai dengan 28 Februari 2011 dan D_i menyatakan dividen pada saat ke-i yang diasumsikan nol (tidak adanya dividen). Jadi dengan percaya pada data historis maka didapat hasil perhitungan volatilitas adalah 29.27% untuk Sony Corporation (SNE), 34.79% untuk Cisco Systems, Inc (CSCO), dan 29.28% untuk Canon, Inc (CNJ). Jika pembuat kontrak opsi (option writers) percaya pada volatilitas konstan maka mereka akan menggunakan nilai-nilai tersebut untuk menghitung harga premium opsi.

Untuk menghitung nilai volatilitas suatu saham maka akan dicari Nilai volatilitas dihitung dengan metode biseksi adalah adalah 20.19% untuk Sony Corporation (SNE), 19.86% untuk Cisco Systems, Inc (CSCO), dan 14.82% untuk Canon, Inc (CNJ). Sedangkan nilai volatilitas menggunakan metode Newton-Raphson menghasilkan nilai yang hampir sama tetapi metode Newton-Raphson konvergen lebih cepat.

6. Kesimpulan

Ada beberapa catatan penting dari perhitungan volatilitas implied yang perlu perhatikan yaitu data historis memberikan volatilitas yang lebih besar dibandingkan dengan volatilitas implied untuk ketiga kasus di atas, sehingga volatilitas implied akan memberikan harga opsi yang lebih murah dibandingkan dengan harga opsi menggunakan data historis.

References

[1] Avellaneda, M., Levy, A., and Paras, A. 1995. *Pricing and hedging derivatives in markets with stochastic volatilities.* Applied Mathematical Finance. 2, p.73-88.

[2] Avellaneda, M. and A. Paras. 1996. *Managing the volatility risk of portfolios of derivatives securities: the Lagrangian uncertain volatility model.* Applied Mathematical Finance 3, p.21-52.

[3] Dharmawan, Komang. 2005. *Menaksir Nilai Implied Volatility dalam Penentuan Harga Opsi Menggunakan Algoritma Newton-Raphson.* Prosiding Seminar Science Universitas Brawijaya, Malang.

[4] Duan, J. C. 1995. The GARCH Option Pricing Model. Mathematical Finance. 5 (1) 13-32.

[5] Heston, S. and S Nandi. 2000. *A Closed-Form GARCH Option Valuation Model.* The Review-of-Financial-Studies. 13 (3) 585-625.

[6] Hull, J C and A. White 1987. *The pricing of on assets with stochastic volatilities.* Journal of Finance 1987

[7] Hull, J C. 1997. *Options, Futures and Others Derivatives.* 3rd Edition. Prentice-Hall. New Jersey.

[8] Mathews, John H. 2001. *Numerical Methods for Mathematics, Science, and Engineering.* Second Edition. Prentice-Hall, Inc. United States of America.

[9] Latane H. A. and R. J. Rendleman. 1976. *Standar deviations of stock price ratios implied in optiong prices.* Journal of Finance 31, p369-381

[10] Liu Q and K. Morimune. 2006. *A Modified GARCH Model with Spells of Shocks.* Asia-Pacific Financial Markets (2006) 12: 2944

[11] Nugroho, Didit Budi. 2007. *Metode Newton-Raphson dan Bagi Dua untuk Menghitung Implied Volatility dari Suatu Aset.* Jurnal Teknologi Informasi- Aiti.Universitas Kristen Satya Wacana.

[12] Ødegaard B.A. 2007. *Financial Numerical Recipes in C++.* http://finance.bi.no/ bernt/gcc_prog/

[13] Renault, E. and N. Touzi. 1996. *Option Hedging and Implied Volatilities in a Stochastic Volatility Model.* Mathematical Finance. 6, 279-302.