

Transformasi Biplot Simetri Pada Pemetaan Karakteristik Kemiskinan

Desy Komalasari

Fakultas MIPA, Universitas Mataram
e-mail: Desi_its@yahoo.com

Mustika Hadijati

Fakultas MIPA, Universitas Mataram
e-mail: Ika_wikan@yahoo.co.id

Marwan

Fakultas MIPA, Universitas Mataram
e-mail: marwanmath@yahoo.co.id

Abstract: The purpose of this research is to provide the new innovations on mapping of poverty characteristics in West Nusa Tenggara Province using Biplot analysis. The analysis based on matrix transformation, singular value decomposition, and matrix factorization. In this research we construct two kind of matrix transformation, that are average transformation and standarization transformation. The result of this research is symmetry Biplot, which maps the regency and poverty characteristics simultaneously. The result of Biplot mapping with average transformation obtained the value of p^2 (79.12%), while standarization transformation obtained the value of p^2 (63.11%). It can be concluded that Biplot mapping with averaging transformation is better than standarization transformation.

Keywords: Symmetry Biplot, Singular Value Decomposition, Transformation, Poverty Characteristic.

1. Pendahuluan

Pemetaan karakteristik kemiskinan perlu dilakukan, sebagai salah satu usaha untuk mengurangi angka kemiskinan yang semakin meningkat. Provinsi Nusa Tenggara Barat (NTB) merupakan salah satu provinsi dengan angka kemiskinan yang cukup tinggi. Jumlah penduduk miskin di Provinsi Nusa Tenggara Barat (NTB) pada Maret 2011 sebesar 19,73%, menurun pada Maret 2012 sebesar 18,63%, dan pada Maret 2013 sebesar 17,98%. Banyak faktor yang mempengaruhi angka penurunan tersebut, diantaranya faktor sosial ekonomi, kesehatan dan faktor pendidikan. Penurunan yang kurang signifikan menyebabkan perlunya pemetaan karakteristik kemiskinan, sehingga upaya pengentasan kemiskinan tepat sasaran.

Pemetaan karakteristik kemiskinan pada penelitian ini menggunakan analisis Biplot. Analisis Biplot merupakan teknik statistik deskriptif dimensi ganda dengan menyajikannya secara visual dan simultan sejumlah objek pengamatan dan variabel dalam suatu grafik. Analisis Biplot didasarkan pada matrks transformasi, *singular value decomposition*, dan faktorisasi matriks. Permasalahan yang diangkat pada penelitian ini yaitu bagaimana gambaran pemetaan karakteristik kemiskinan di Provinsi Nusa Tenggara Barat. Adapun tujuan pada penelitian ini yaitu untuk mengetahui gambaran pemetaan karakteristik kemiskinan di Provinsi Nusa Tenggara Barat menggunakan analisis Biplot yang didasarkan pada matriks transformasi terhadap rataannya; dan analisis Biplot yang didasarkan pada transformasi standarisasi data.

2. Tinjauan Pustaka

Analisis Biplot adalah salah satu upaya menggambarkan data-data yang ada pada tabel ringkasan ke dalam grafik berdimensi dua. Grafik yang dihasilkan dari Biplot ini merupakan grafik yang berbentuk bidang datar. Dengan penyajian seperti ini, ciri-ciri variabel dan objek pengamatan serta posisi relatif antara objek pengamatan dengan variabel dapat dianalisis (Nugroho [1]). Prosedur analisis biplot meliputi menentukan matriks data transformasi terhadap rata-rata (Y) atau menggunakan transformasi standarisasi, kemudian menentukan matriks $Y^T Y$, menentukan nilai *eigen* dan vektor *eigen*, mencari *Singular Value Decomposition* (SVD) yaitu mendapatkan matriks *orthonormal* U , L dan matriks *orthonormal* A , menentukan koordinat matriks G (objek) dan H (variabel), memilih pasangan koordinat yang sesuai berdasarkan $Y \cong GH^T$, menggambar grafik Biplot menggunakan program, interpretasi hasil Biplot dan membuat kesimpulan.

Analisis Biplot bertujuan menggambarkan suatu matriks dengan menumpang tindihkan vektor-vektor baris dengan vektor-vektor kolom matriks. Analisis Biplot didasarkan pada penguraian nilai-nilai singular (*Singular Value Decomposition*) dari suatu matriks data yang telah dikoreksi oleh rataannya. Biplot dibentuk dari suatu matriks data, dimana setiap kolom mewakili variabel-variabel penelitian, dan setiap baris mewakili objek penelitian (Matjik & Sumertajaya [2]).

Misalkan matriks X adalah matriks yang terdiri dari variabel-variabel sebanyak p dan objek penelitian sebanyak n . Misalkan matriks Y merupakan hasil dari matriks X yang dikoreksi terhadap rataannya, maka akan diuraikan menjadi perkalian tiga buah matriks berikut: $Y_{(n \times p)} = U_{(n \times r)} L_{r \times r} A_{(r \times p)}^T$ (1)

Matriks L merupakan nilai singular Y dengan unsur-unsur diagonalnya akar kuadrat dari nilai eigen $Y^T Y$, sedangkan matriks U diperoleh dari $U = YAL^{-1}$. Sehingga $U^T U = A^T A = I$, I adalah matriks identitas dan L adalah matriks diagonal berukuran

(rxr) dengan unsur-unsur diagonalnya adalah akar dari nilai *eigen*-nilai *eigen* tak nol $Y^T Y$ yaitu $\lambda_1 \geq \lambda_2 \dots \geq \lambda_r$ (Kohler & Luniak [3])

Menurut Joellife (1986) dalam Matjik dan Sumertajaya [2], dari matriks Y akan dibentuk matriks G dan H , dimana $G = UL^\alpha$ dan $H^T = L^{1-\alpha}A^T$ dengan α besarnya $0 \leq \alpha \leq 1$, yang masing-masing berukuran $n \times r$ dan $r \times p$ maka persamaan (1) menjadi:

$$Y = UL^\alpha L^{1-\alpha} A^T = GH^T \quad (2)$$

Masing-masing merupakan matriks G baris ke- i , dimana $i = 1, 2, \dots, n$ serta matriks H kolom ke- j dimana $j = 1, 2, \dots, p$, dan r adalah rank matriks data Y . Jika matriks Y mempunyai rank dua, maka vektor baris g_i dan vektor h_j akan digambarkan dalam dimensi dua. Namun, jika Y mempunyai rank lebih dari dua maka persamaan di atas menjadi:

$$y_{ij} = \sum_{k=1}^r u_{ik} \lambda_k^{\frac{1}{2}} \alpha_{kj}^T \quad (3)$$

dengan u_{ik} merupakan elemen ke- (i,k) pada matriks U , α_{kj}^T merupakan elemen ke- (k,j) pada matriks A^T serta $\lambda_k^{\frac{1}{2}}$ adalah elemen diagonal ke- k matriks L yang merupakan akar kuadrat nilai *eigen* $Y^T Y$.

Pengamatan data awal matriks X yang terdiri dari n objek dan p variabel tereduksi menjadi beberapa himpunan data yang terdiri dari n baris dengan m kolom. Pada matriks Y diperoleh matriks pada dimensi dua dengan ukuran tereduksi yaitu matriks G dan H (Johnson & Wichern [4]).

Masing-masing pada matriks G dan H merupakan titik-titik koordinat dari n objek dan titik-titik koordinat dari p variabel. Ukuran Biplot dengan pendekatan matriks Y dalam bentuk:

$$p^2 = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{\sum_{k=1}^r \lambda_k} \quad (4)$$

Dengan λ_1 adalah nilai eigen terbesar pertama, λ_2 adalah nilai eigen terbesar kedua dan $\lambda_k, k = 1, 2, \dots, r$ adalah nilai eigen ke- k . Apabila nilai p^2 mendekati satu, maka Biplot memberikan penyajian yang semakin baik mengenai informasi data yang sebenarnya.

Biplot mempunyai beberapa tipe. Perbedaan tipe ini berdasarkan pada nilai α yang digunakan. Nilai α yang digunakan dalam Biplot adalah $0 \leq \alpha \leq 1$. Jika nilai $\alpha = 1$ disebut Biplot Komponen Utama; $\alpha = 0.5$ disebut Biplot Simetri; dan $\alpha = 0$ Disebut Biplot CMP (*Column Metric Preserving*) (Rencer [5]).

Variansi variabel dari matriks H didefinisikan sebagai berikut:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ \vdots & \vdots \\ h_{i1} & h_{i2} \\ \vdots & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} \end{bmatrix}$$

Elemen diagonal utama matriks \mathbf{HH}^T , $h_{11}^2 + h_{21}^2, \dots, h_{j1}^2 + h_{j2}^2, \dots, h_{p1}^2 + h_{p2}^2$ merupakan variansi dari variabel. Sedangkan $h_{j1}^2 + h_{j2}^2, j = 1, 2, \dots, p$ merupakan panjang vektor variabel (dengan jarak pusat Euclid di titik $O(0,0)$). Sehingga dapat dikatakan bahwa panjang vektor variabel sebanding dengan variansi variabel (Bartkowiak & Szustalewicz [6]).

3. Metode Penelitian

Data yang dikumpulkan disini merupakan data karakteristik kemiskinan, yang bersumber pada Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Nusa Tenggara Barat. Data terdiri dari sepuluh kabupaten/kota di Provinsi NTB sebagai objek penelitian, serta variabel yang merupakan karakteristik kemiskinan, variabel-variabel tersebut antara lain: X_1 Balita di rumah tangga miskin yang mendapat imunisasi Polio; X_2 Balita di rumah tangga miskin yang mendapat imunisasi BCG; X_3 Perempuan pengguna alat KB di rumah tangga miskin; X_4 Pertolongan persalinan pertama oleh tenaga kesehatan; X_5 Pertolongan persalinan akhir oleh tenaga kesehatan; X_6 Rumah tangga miskin yang menggunakan jamban sendiri/bersama; X_7 Rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih; X_8 Rumah tangga miskin penerima Raskin; dan X_9 Rumah tangga miskin penerima Jamkesmas.

Tahapan penelitian ini terdiri dari observasi pendahuluan, perancangan penelitian, pengumpulan data, analisis data, serta penarikan kesimpulan. Tahapan analisis data menggunakan dua jenis transformasi untuk menentukan matriks datanya yaitu transformasi terhadap rata-rata dan transformasi standarisasi menggunakan teknik *principal component analysis*. Dilanjutkan dengan menentukan *Singular Value Decomposition* untuk mendapatkan matriks \mathbf{U} , \mathbf{L} dan \mathbf{A} . Kemudian menentukan koordinat \mathbf{G} (objek) dan \mathbf{H} (variabel). Selanjutnya pembuatan grafik pemetaan Biplot. Grafik Biplot menyediakan informasi secara bersamaan antara obyek dan variabel dalam bentuk dua dimensi. Program Biplot GUI-R dapat digunakan dengan merancang titik-titik koordinat, menggambar grafik dan mempresentasikannya (Grange *et al* [7]).

4. Hasil dan Pembahasan

Analisis Biplot pada penelitian ini menggunakan dua jenis transformasi data, yaitu transformasi rata-rata dan transformasi standarisasi. Kedua jenis pemetaan dilakukan guna mengetahui efisiensi kinerja pemetaan secara grafik.

4.1 Transformasi Rataan

Hasil transformasi rataan matriks data sebagai berikut:

- 1) Mendapatkan matriks Y :

$$Y = \begin{bmatrix} -2.997 & 3.120 & -8.723 & 7.157 & 3.529 & -17.587 & -9.160 & 4.529 & 11.706 \\ 0.213 & 0.580 & -6.573 & 7.117 & 3.509 & -9.697 & -17.570 & 4.789 & 23.306 \\ 4.783 & 5.000 & -1.393 & 4.627 & 9.949 & 15.043 & -16.490 & 3.819 & 12.966 \\ -10.627 & -8.360 & 4.777 & -6.303 & -4.361 & 5.433 & 9.070 & -5.751 & -1.924 \\ 8.373 & 3.450 & 12.547 & -18.983 & -27.041 & -16.307 & 3.730 & -0.801 & -1.754 \\ -10.847 & -7.780 & -0.443 & -6.773 & -8.331 & 4.193 & -6.990 & 3.689 & -0.134 \\ -0.447 & 6.550 & -5.243 & 12.307 & 21.009 & 7.113 & 19.980 & -5.731 & -40.774 \\ 3.493 & -7.390 & 8.247 & -7.773 & 0.369 & -6.817 & 2.390 & 5.269 & 4.126 \\ 4.523 & -2.570 & -4.163 & 18.477 & 14.409 & 19.503 & 14.400 & -2.111 & -12.044 \\ 3.533 & 7.400 & 0.967 & -9.853 & -13.041 & -0.877 & 0.640 & -7.701 & 4.526 \end{bmatrix}$$

- 2) Mendapatkan nilai eigen (λ) yang bersesuaian dengan matriks $Y^T Y$ yaitu 5034.39, 2787.00, 900.67, 536.34, 302.46, 219.79, 92.18, 8.81, dan 3.23. Penyajian informasi ini bergantung pada nilai λ . Pada penelitian ini diperoleh nilai λ_1 sebesar 5034.39, dan λ_2 sebesar 2787.00, sehingga diperoleh nilai p^2 sebesar 79.12%. Nilai p^2 di atas 70%, maka Biplot dalam penelitian ini memberikan penyajian yang cukup baik mengenai informasi dari data yang sebenarnya.

- 3) Koordinat matriks G dan H

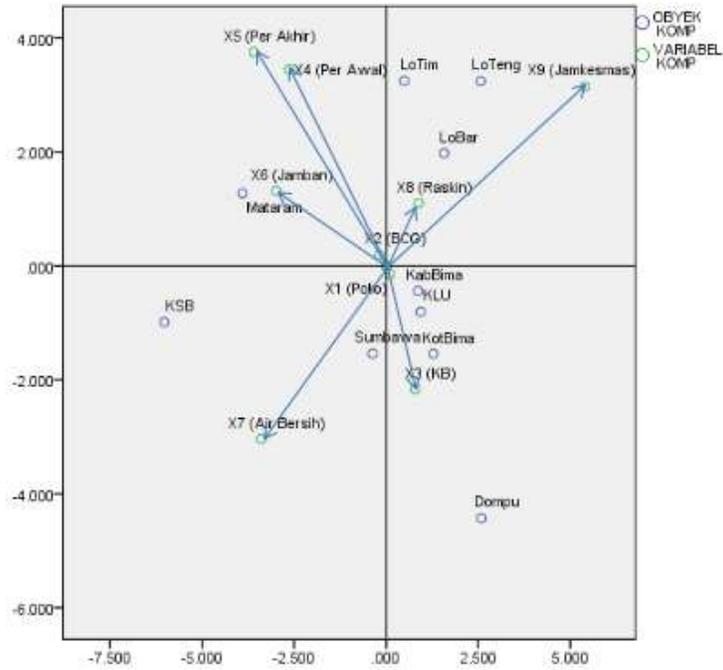
- Koordinat untuk matriks G yaitu:

$$\begin{bmatrix} 1.573 & 1.977 \\ 2.566 & 3.244 \\ 0.491 & 3.248 \\ -0.491 & -1.540 \\ 0.491 & -4.429 \\ 0.491 & -0.439 \\ -6.028 & -0.986 \\ 0.938 & -0.806 \\ -3.904 & 1.275 \\ 1.280 & -1.543 \end{bmatrix}$$

- Koordinat untuk matriks H yaitu:

$$\begin{bmatrix} 0.101 & -0.146 \\ -0.181 & 0.191 \\ 0.787 & -2.161 \\ -2.636 & 3.446 \\ -3.598 & 3.756 \\ -2.990 & 1.314 \\ -3.396 & -3.037 \\ 0.879 & 1.104 \\ 5.399 & 3.148 \end{bmatrix}$$

4) Hasil grafik pemetaan analisis Biplot dengan transformasi rata-rata:



Gambar 1. Grafik Pemetaan Analisis Biplot Transformasi Rataan

4.2 Transformasi Standarisasi

Hasil transformasi standarisasi sebagai berikut:

1) Mendapatkan matriks Z :

$$Z = \begin{bmatrix} -0.462 & 0.510 & -1.284 & 0.615 & 0.252 & -1.400 & -0.729 & 0.896 & 0.676 \\ 0.033 & 0.095 & -0.967 & 0.611 & 0.251 & -0.772 & -1.398 & 0.948 & 1.346 \\ 0.738 & 0.818 & -0.205 & 0.397 & 0.711 & 1.197 & -1.312 & 0.756 & 0.749 \\ -1.640 & -1.368 & 0.703 & -0.541 & -0.312 & 0.432 & 0.722 & -1.138 & -0.111 \\ 1.292 & 0.564 & 1.847 & -1.631 & -1.932 & -1.298 & 0.297 & -0.159 & -0.101 \\ -1.674 & -1.273 & -0.065 & -0.582 & -0.595 & 0.334 & -0.556 & 0.730 & -0.008 \\ -0.069 & 1.072 & -0.772 & 1.057 & 1.501 & 0.566 & 1.589 & -1.134 & -2.354 \\ 0.539 & -1.209 & 1.214 & -0.668 & 0.026 & -0.543 & 0.190 & 1.043 & 0.238 \\ 0.698 & -0.420 & -0.613 & 1.587 & 1.030 & 1.552 & 1.146 & -0.418 & -0.695 \\ 0.545 & 1.211 & 0.142 & -0.846 & -0.932 & -0.070 & 0.051 & -1.524 & 0.261 \end{bmatrix}$$

2) Mendapatkan nilai eigen (λ) yang bersesuaian dengan matriks $Z^T Z$ yaitu 29.044, 22.076, 14.588, 7.090, 5.275, 1.966, 0.789, 0.125, dan 0.048. Penyajian informasi ini bergantung pada nilai λ . Pada transformasi ini diperoleh nilai λ_1 sebesar 29.044, dan λ_2 sebesar 22.076, sehingga diperoleh nilai p^2 sebesar 63.11%.

3) Koordinat matriks G dan H

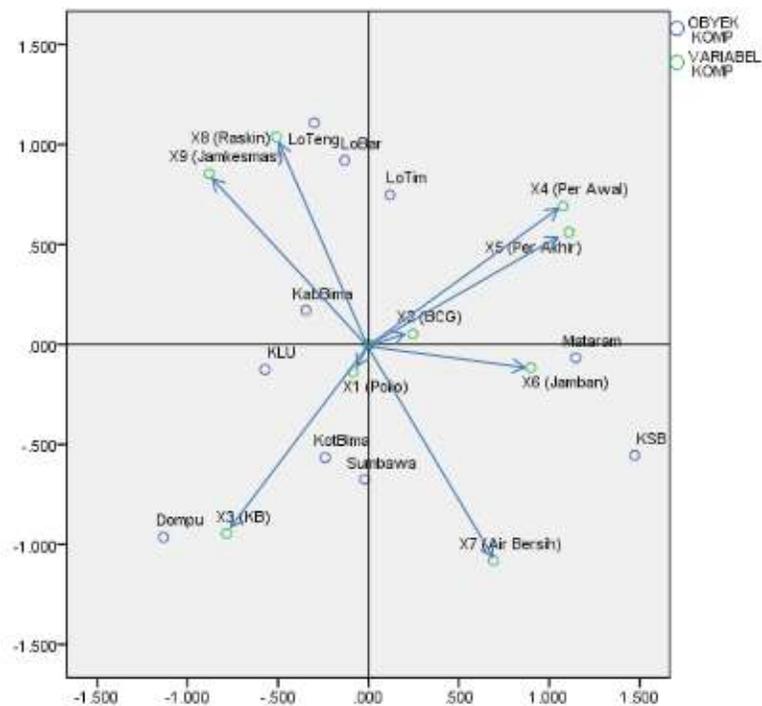
Koordinat untuk matriks G yaitu:

$$\begin{bmatrix} -0.130 & 0.921 \\ -0.299 & 1.109 \\ 0.119 & 0.748 \\ -0.021 & -0.674 \\ -1.133 & -0.964 \\ -0.345 & 0.171 \\ 1.472 & -0.554 \\ -0.571 & -0.125 \\ 1.147 & -0.066 \\ -0.239 & -0.566 \end{bmatrix}$$

Koordinat untuk matriks H yaitu:

$$\begin{bmatrix} -0.084 & -0.138 \\ 0.246 & 0.053 \\ -0.783 & -0.945 \\ 1.077 & 0.692 \\ 1.109 & 0.561 \\ 0.898 & -0.115 \\ 0.692 & -1.081 \\ -0.508 & 1.038 \\ -0.880 & 0.855 \end{bmatrix}$$

4) Hasil grafik pemetaan analisis Biplot dengan transformasi standarisasi:



Gambar 2. Grafik Pemetaan Analisis Biplot Transfromasi Standarisasi

4.3 Interpretasi Biplot dengan transformasi rata-rata

1. Kedekatan Antar Objek (Kabupaten/kota)

Informasi ini dijadikan panduan untuk mengetahui kabupaten/kota yang memiliki kemiripan karakteristik kemiskinan dengan kabupaten/kota lainnya. Kabupaten/kota yang berada pada kuadran yang sama dapat dikatakan memiliki kesamaan karakteristik kemiskinan. Selain itu kedekatan antar objek dapat menggunakan jarak Euclid, karena mampu menggambarkan posisi objek pengamatan dalam data sesungguhnya. Jarak terdekat ada pada Kabupaten Bima dan Kabupaten Lombok Utara, dengan jarak Euclid sebesar 0.374, sedangkan jarak terjauh pada Kabupaten Lombok Tengah dan Kabupaten Sumbawa Barat, dengan jarak Euclid sebesar 9.579.

2. Interpretasi Nilai Variabel Pada Suatu Objek

Informasi ini digunakan untuk menentukan karakteristik kemiskinan di setiap wilayah (kabupaten/kota). Suatu wilayah yang terletak searah dengan vektor karakteristik kemiskinan menunjukkan tingginya nilai karakteristik kemiskinan pada wilayah tersebut. Pada gambar 1, terlihat bahwa Kabupaten Lombok Barat searah dengan arah vektor variabel (X_8). Hal ini berarti persentase rumah tangga miskin penerima Raskin (X_8) di Kabupaten Lombok Barat sebesar 99.26% di atas rata-rata seluruh kabupaten/kota yakni 94.73%. Interpretasi yang sama untuk kabupaten/kota lainnya.

3. Keragaman Variabel (Karakteristik Kemiskinan)

Informasi ini digunakan untuk melihat keragaman karakteristik kemiskinan setiap kabupaten/kota. Dengan informasi ini, bisa diperkirakan pada karakteristik kemiskinan yang mana strategi harus ditingkatkan atau diturunkan dalam rangka menurunkan angka kemiskinan. Dalam Biplot nantinya komponen-komponen dengan keragaman yang kecil digambarkan sebagai vektor yang pendek sedangkan komponen-komponen dengan keragaman yang besar digambarkan sebagai vektor yang panjang. Vektor terpanjang pada karakteristik kemiskinan X_9 (Rumah tangga miskin penerima Jamkesmas) sebesar 39.059, dan vektor terpendek pada X_1 (Balita di rumah tangga miskin yang mendapat imunisasi Polio) sebesar 0.032.

4. Hubungan/korelasi antar variabel.

Informasi ini bisa digunakan untuk menilai bagaimana variabel (karakteristik kemiskinan) yang satu mempengaruhi atau dipengaruhi oleh karakteristik kemiskinan yang lain. Dua variabel yang memiliki korelasi positif tinggi akan digambarkan sebagai dua buah garis dengan arah yang sama, atau membentuk sudut sempit. Sementara itu dua variabel yang memiliki korelasi negative tinggi akan digambarkan dalam bentuk dua garis dengan

arah yang berlawanan, atau membentuk sudut lebar (tumpul). Sedangkan dua variabel yang tidak berkorelasi akan digambarkan dalam bentuk dua garis dengan sudut mendekati 90 derajat (siku-siku).

5. Kesimpulan dan Saran

Hasil Biplot yang terbentuk pada kedua jenis transformasi yaitu *Square Root* Biplot atau Biplot Simetri. Gambaran pemetaan karakteristik kemiskinan menggunakan Biplot dengan transformasi rata-rata lebih baik daripada transformasi standarisasi berdasarkan nilai p^2 . Nilai p^2 transformasi rata-rata sebesar 79.12%, dan transformasi standarisasi sebesar 63.11%.

Saran untuk pemetaan karakteristik kemiskinan juga dapat dilakukan menggunakan teknik pemetaan lainnya guna mencari keefektifan kinerja pemetaan secara grafik. Teknik lainnya seperti analisis Multidimensional Scalling, gabungan antara analisis Cluster dengan analisis Biplot, serta gabungan antara analisis faktor dengan analisis Biplot.

Daftar Pustaka

- [1] Nugroho, S., 2008. *Statistika Multivariat Terapan*. Bengkulu. UNIB Press.
- [2] Mattjik, A.A., dan Sumertajaya, I. M. 2011. *Sidik Peubah Ganda dengan Menggunakan SAS*. Bogor: IPB Press.
- [3] Kohler, U. dan Luniak, M. 2005. Data inspection using Biplots. *The Stata Journal*. Volume 5, Number 2, Page. 208–223.
- [4] Johnson, R.A. dan D.W. Wichern, 2002, *Applied Multivariate Statistical Analysis, Fifth Edition*. New Jersey: Prentice Hall Inc.
- [5] Rencer, A. C., 2002. *Methods of Multivariate Analysis*. Brigham Young University.
- [6] Bartkowiak, A. dan Szustalewicz, A. 1995. The Augmented Biplot And Some Examples of its Use. *Journal Machine Graphics and Vision*. Volume 4, Page 161-185.
- [7] Grange, L. A., Roux, L. N. dan Lubbe, G. S. 2009. Biplot GUI: Interactive Biplots in R. *Journal of Statistical Software*. Volume 30, Issue 12.