E-Jurnal Matematika Vol. 6 (3), Agustus 2017, pp. 205-213 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2017.v06.i03.p167

PERBANDINGAN ASURANSI *LAST SURVIVOR* DENGAN PENGEMBALIAN PREMI MENGGUNAKAN METODE *COPULA FRANK, COPULA CLAYTON*, DAN *COPULA GUMBEL*

Dicky Arya Bramanta[1§], I Nyoman Widana[2], Luh Putu Ida Harini[3], I Wayan Sumarjaya[4]

[1]Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: dickyarya1995@gmail.com]
[2]Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: nwidana@yahoo.com]
[3]Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: ballidah@unud.ac.id]
[4]Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: sumarjaya@unud.ac.id]
[§]*Corresponding Author*

ABSTRACT

This study examines about last survivor life insurance with return of premium for married couples with independent and dependent mortality model. By using Frank copula, Clayton copula, Gumbel copula and Indonesian Mortalita Table 2011, the impact of future life dependence on single premiums and annually premium is evaluated. Based on the calculation of premium with a 10 year contract for the insured parties aged 58 years and 55 years with interest rate used 6.5%, the value of insurance premium last survivor with return of premium is more expensive than without return of premium. The greater the dependency, the more expensive the price of the premium.

Keywords: Last Survivor Insurance, Premium Return, Copula.

1. PENDAHULUAN

Asuransi jiwa adalah usaha kerja sama dari sejumlah orang yang sepakat menanggung kesulitan keuangan bila terjadi musibah terhadap salah satu anggotanya (Sembiring, 1986). Dewasa ini, bentuk kontrak asuransi jiwa dapat dikombinasikan dengan plan lain, misalnya apabila meninggal dalam jangka pertanggungan semua premi yang sudah dibayarkan akan dikembalikan (Futami, 1993).

Berdasarkan jumlah tertanggung dalam kontrak asuransi, asuransi jiwa terbagi menjadi dua yaitu asuransi jiwa tunggal dan asuransi jiwa gabungan. Asuransi jiwa gabungan merupakan kontrak asuransi yang terdiri dari dua atau sekelompok orang tertanggung, misalnya orang tua dengan anaknya atau pasangan suami istri (Catarya, 1988). Dilihat dari jangka waktu pembayaran, dalam asuransi jiwa gabungan terdapat kondisi *joint life* status dan *last survivor* status. Pada asuransi *joint life*, premi dibayarkan sampai terjadi kematian pertama dari semua anggota yang tertanggung. Apabila premi dibayarkan sampai terjadi kematian terakhir dari semua anggota yang tertanggung dinamakan asuransi *last survivor* (Bowers, et al., 1997).

Risiko kematian pasangan suami istri sering diasumsikan saling bebas (independen) dalam menetapkan harga premi asuransi jiwa gabungan. Namun, pengamatan yang telah dilakukan oleh beberapa peneliti menunjukkan hubungan antara risiko kematian dari pasangan suami istri.

Salah satu metode pendekatan untuk memodelkan struktur dependensi dari status pasangan suami istri tersebut adalah dengan metode *copula*. *Copula* merupakan suatu fungsi yang dapat menggabungkan beberapa distribusi marginal menjadi distribusi bersama. Keluarga *copula* yang umum dikenal adalah keluarga *copula* Eliptik yang terdiri dari *copula* Gaussian dan *copula* Student-t, sedangkan keluarga *copula* Archimedean terdiri dari *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel*.

Penelitian terkait mengenai pemodelan dependensi dengan copula pernah dilakukan oleh Frees, et al. (1995) mengenai penggunaan model dependensi mortalitas untuk menentukan nilai anuitas. Hasil estimasi menunjukkan adanya ketergantungan positif yang kuat antara kehidupan bersama. Fauziah (2013) juga melakukan penelitian dengan pendekatan *copula* menggunakan metode *copula Frank*. Hasil penelitiannya adalah produk asuransi *last survivor* berjangka untuk pasangan suami istri yang berusia 55 tahun keatas, premi dimodelkan dengan asumsi dependensi mortalitas pasangan suami istri menggunakan *copula Frank* sebagai perlindungan terhadap resiko finansial perusahaan asuransi.

Melihat hasil penelitian tersebut, maka penulis tertarik untuk membahas asuransi jiwa gabungan status *last survivor* untuk pasangan suami istri dengan bentuk kontrak yang dikombinasikan dengan plan lain yaitu dengan pengembalian premi. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan dikaji perbandingan hasil perhitungan premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi menggunakan metode *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel*.

Dengan demikian tujuan dari penelitian adalah:

1. Untuk mengetahui hasil perhitungan premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi menggunakan metode *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel*;
2. Untuk mengetahui perbandingan hasil perhitungan premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi menggunakan metode *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel*.

Selanjutnya dibahas konsep-konsep yang digunakan dalam perhitungan premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi menggunakan metode *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel*.

Peluang seseorang yang berusia x akan mencapai usia $x+t$ tahun dinotasikan dengan ${}_tp_x$ dan peluang seseorang berusia x akan meninggal sebelum mencapai usia $x+t$ tahun dinotasikan dengan ${}_tq_x$ yang secara berturut-turut dinyatakan sebagai:

$$ {}_tp_x = \frac{l_{x+t}}{l_x} \tag{1}$$

$$ {}_tq_x = 1 - {}_np_x = 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x} \tag{2}$$

Notasi T_x merupakan sisa usia dari (x). Notasi standar (notasi aktuaria) yang berhubungan dengan peluang tentang T_x dinyatakan sebagai (Bowers, et al., 1997):

$$ {}_tq_x = P[T_x \le t] = F_x(t) = 1 - S_x(t) \tag{3}$$

$$ {}_tp_x = 1 - {}_tq_x = P[T_x > t] = S_x(t) \tag{4}$$

Variabel acak diskret yang berhubungan dengan sisa usia bulat atau jumlah tahun lengkap yang akan dialami oleh orang berusia x yang disebut dengan *curtate future lifetime*. Variabel acak tersebut dinyatakan dengan K_x. Fungsi distribusi dari K_x didefinisikan sebagai (Bowers, et al.(1997):

$$\begin{aligned} P(K_x = k) &= P[k \le T_x < k+1] \\ &= P[k < T_x \le k+1] \\ &= {}_kp_x - {}_{k+1}p_x \\ &= {}_kp_x \cdot q_{x+k} = {}_{k|}q_x \end{aligned} \tag{5}$$

Pada penelitian ini akan dibahas asuransi jiwa berjangka n-tahun dengan pemberian nilai tunai manfaat pada akhir tahun kematian. Asuransi jiwa berjangka n-tahun merupakan asuransi jiwa yang manfaatnya dibayarkan apabila yang tertanggung (pemegang polis) meninggal dalam jangka waktu n-tahun dihitung mulai dari disetujuinya kontrak (Bowers, et al., 1997). Perhitungan nilai tunai dari manfaat akan menggunakan variabel random K_x yang menyatakan jumlah tahun lengkap yang akan dilalui oleh (x).

Nilai tunai manfaat merupakan merupakan sejumlah uang pertanggungan yang diterima pihak tertanggung pada saat melakukan klaim. *Actuarial Present Value* untuk manfaat asuransi berjangka n tahun dinotasikan dengan $A^1_{x:\overline{n}|}$ dan didefinisikan sebagai:

$$A^1_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ P(K_x = k) \tag{6}$$

Actuarial Present Value asuransi berjangka n tahun dengan manfaat yang meningkat sebesar 1 rupiah setiap tahun dinotasikan dengan $(IA)^1_{x:\overline{n}|}$ dan didefinisikan sebagai (Dickson, et al. 2009):

$$(IA)^1_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} (k+1) v^{k+1}\ {}_{k|}q_x \tag{7}$$

E-Jurnal Matematika Vol. 6 (3), Agustus 2017, pp. 205-213 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2017.v06.i03.p167

Anuitas adalah suatu rangkaian pembayaran dalam jumlah tertentu, yang dilakukan setiap selang dan jangka waktu tertentu, secara berkelanjutan (Futami, 1993). *Actuarial Present Value* dari anuitas hidup berjangka n tahun dinotasikan dengan $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ dan didefinisikan sebagai (Dickson, et al. 2009):

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \cdot {}_kp_x \quad (8)$$

Bentuk kontrak asuransi biasanya dikombinasikan dengan *plan* lainnya. Sebagai contoh apabila pihak tertanggung meninggal dalam jangka pertanggungan semua premi yang sudah dibayarkan akan dikembalikan. Misalnya asuransi *pure endowment* n tahun, jika meninggal pada tahun polis ke t, maka semua premi yang telah dibayar sampai tahun ke-t dikembalikan. Misal premi netto standar yang dikembalikan P, maka (Dickson, et al. 2009):

$$P\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = P(IA)^1_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1} \text{ , atau}$$

$$P = \frac{A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - (IA)^1_{x:\overline{n}|}} \quad (9)$$

Kelangsungan status dari m individu yang berusia $x_1, x_2 \dots x_m$ masih berlangsung jika ada setidaknya satu dari anggota $(x_1), (x_2), \dots, (x_m)$ masih hidup dan status ini akan berhenti setelah kematian terakhir disebut status *last survivor*. Status ini dinotasikan dengan $(\overline{x_1, x_2 \dots x_m})$. Distribusi sisa usia lengkap yang akan dijalani oleh status *last survivor* yaitu (Bowers, et al., 1997)

$$T = \max[T(x_1), T(x_2), \dots, T(x_m)] \quad (10)$$

dengan $T(x_i)$ adalah sisa usia lengkap yang dijalani oleh individu ke-i. Misalkan status *last survivor* pasangan suami istri dengan x menyatakan usia suami dan y menyatakan usia istri maka fungsi distribusi dari $K(\overline{xy})$ dengan asumsi sisa usia pasangan suami istri adalah saling bebas dinyatakan sebagai (Bowers, et al., 1997):

$$\begin{aligned} P_r[K(\overline{xy}) = k] &= {}_kp_x q_{x+k} + {}_kp_y q_{y+k} - {}_kp_x\, {}_kp_y (q_{x+k} + q_{y+k} - q_{x+k} q_{y+k}) \\ &= (1 - {}_kp_y)\, {}_kp_x q_{x+k} + (1 - {}_kp_x)\, {}_kp_y q_{y+k} + {}_kp_x\, {}_kp_y q_{x+k} q_{y+k} \end{aligned} \quad 11)$$

Peluang salah seorang pasangan suami istri akan hidup k tahun dinotasikan dengan

$${}_tp_{\overline{xy}} = {}_tp_x + {}_tp_y - {}_tp_x\, {}_tp_y \quad (12)$$

Actuarial Present Value untuk manfaat asuransi *last survivor* berjangka n tahun dinotasikan dengan $A^1_{\overline{xy}:\overline{n}|}$ dan didefinisikan sebagai :

$$A^1_{\overline{xy}:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ P(K(\overline{xy}) = k) \quad (13)$$

Actuarial Present Value dari anuitas hidup *last survivor* berjangka n tahun dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|}$ dan didefinisikan sebagai:

$$\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \cdot {}_kp_{\overline{xy}} \quad (14)$$

Teorema Sklar adalah pusat dari teori *copula* dan menjadi dasar dari banyak teori statistika. Teorema Sklar mengembangkan *copula* dalam perannya membentuk distribusi multivariat dan distribusi marginalnya. Misalkan H adalah suatu fungsi distribusi bersama dengan distribusi marginal F dan G. Maka terdapat sebuah *copula* C sedemikian hingga untuk setiap $x, y \in R$ berlaku:

$$H(x, y) = C(F(x), G(y)) \quad (15)$$

Jika F dan G kontinu, maka C adalah unik atau tunggal. Jika tidak, maka C ditentukan secara unik oleh range $F \times$ range G. Sebaliknya, jika C adalah suatu copula, F dan G masing-masing adalah distribusi marginal, maka H adalah sebuah fungsi distribusi dengan fungsi distribusi marginalnya adalah F dan G.

Jika terdapat fungsi $\varphi: [0,1] \to [0, \infty]$ yang bersifat kontinu, menurun, dan merupakan fungsi konveks sedemikian hingga $\varphi(1) = 0$ dan $\varphi(0) = \infty$. Balikan (invers) dari φ adalah φ^{-1}, dengan $\varphi^{-1}: [0, \infty] \to [0,1]$. Fungsi *copula* Archimedean $C: [0,1]^m \to [0,1]$ disajikan pada persamaan (14)

$$C(u_1, u_1, \dots, u_p) = \phi^{-1}\left(\phi(u_1) + \phi(u_2) + \dots + \phi(u_p)\right) \quad (16)$$

dengan $\phi: [0,1] \rightarrow [0, \infty)$ adalah monoton lengkap (*Completely Monotonic*), yaitu:

$$(-1)^k \frac{\partial^k}{\partial u^k} \phi^{-1}(u_1) \geq 0 \; ; k \in \mathrm{N} \qquad (17)$$

ϕ disebut *generator copula* C dengan asumsi hanya memiliki satu parameter θ [9].

Beberapa contoh keluarga dan generator *copula* Archimedean paling banyak digunakan dalam kasus bivariat dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. *Generator* dan *Copula* Bivariat Keluarga *Copula* Archimedean

Keluarga	**Generator** $\boldsymbol{\phi(u)}$	***Copula* Bivariat** $\boldsymbol{C(u,v)}$
Frank	$\ln\left(\frac{e^{\theta u}-1}{e^{\theta}-1}\right)$, $\theta \epsilon R\backslash\{0\}$	$-\frac{1}{\theta}\ln\left(1+\frac{(e^{-\theta u}-1)(e^{-\theta v}-1)}{e^{-\theta}-1}\right)$
Clayton	$\frac{u^{-\theta}-1}{\theta}$, $\theta \epsilon (0,\infty)$	$\left(u^{-\theta}+v^{-\theta}-1\right)^{-\frac{1}{\theta}}$
Gumbel	$(-\ln(u))^{\theta}$, $\theta \epsilon [1,\infty)$	$\exp\left\{-\left[(-\ln(u))^{\theta}+(-\ln(v))^{\theta}\right]^{\frac{1}{\theta}}\right\}$

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data sekunder, yaitu data yang terdapat dalam Tabel Mortalita Indonesia 2011. Pengolahan data pada penelitian ini menggunakan *software* Microsoft Excel 2013.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menghitung nilai dari tabel mortalitas tunggal yang dilanjutkan dengan menghitung nilai dari tabel mortalitas gabungan.
2. Melakukan perhitungan premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi untuk pihak tertanggung yang berusia x dan y tahun dengan asumsi kematiannya adalah independen dengan langkah-langkah: (a) Menghitung nilai tunai manfaat asuransi *last survivor* berjangka n-tahun; (b) Menghitung nilai anuitas hidup asuransi *last survivor* berjangka n-tahun; (c) Menghitung nilai premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi
3. Melakukan perhitungan premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi untuk pihak tertanggung yang berusia x dan y tahun dengan asumsi kematiannya adalah dependen menggunakan metode *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel* dengan langkah-langkah: (a) Menghitung nilai tunai manfaat asuransi *last survivor* berjangka n-tahun menggunakan model *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel*; (b) Menghitung nilai anuitas hidup asuransi *last survivor* berjangka n-tahun menggunakan model *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel*; (c) Membentuk model untuk menghitung nilai tunai premi; (d) Menghitung nilai premi untuk asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi; (e) Intepretasi hasil.
4. Melakukan perbandingan dari hasil perhitungan premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi menggunakan metode *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel*.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Perhitungan premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi dilakukan berdasarkan nilai-nilai peluang Tabel Mortalita 2011. Tabel perhitungan yang disusun akan digunakan untuk menghitung besarnya pembayaran premi. Langkah-langkahnya sebagai berikut adalah sebagai berikut:

a. Melengkapi nilai tabel mortalitas tunggal.
b. Melengkapi tabel mortalitas *Last Survivor*.

Langkah selanjutnya adalah melakukan simulasi perhitungan premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi untuk pihak tertanggung pasangan suami istri yang berturut-turut berusia 58 dan 55 tahun dengan asumsi kematiannya adalah independen. Jangka waktu yang digunakan adalah 10 tahun dengan uang pertanggungan sebesar Rp.100.000.000,- dan suku bunga yang digunakan sebesar 6,5%.

Menggunakan persamaan (13), nilai tunai manfaat asuransi *last survivor* berjangka 10 tahun untuk pihak tertanggung pasangan suami istri yang berturut-turut berusia 58 dan 55 tahun

E-Jurnal Matematika Vol. 6 (3), Agustus 2017, pp. 205-213 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2017.v06.i03.p167

dapat ditulis sebagai:

$$A^{1}_{\overline{58,55}:10]} = \sum_{k=0}^{9} v^{k+1}\ P(K(\overline{xy}) = k) \qquad (18)$$

Berdasarkan persamaan (7), nilai tunai manfaat asuransi *last survivor* berjangka n-tahun untuk pihak tertanggung pasangan suami istri berusia x dan y tahun dengan manfaat yang meningkat sebesar 1 rupiah setiap tahun adalah

$$(IA)^{1}_{\overline{xy}:n]} = \sum_{k=0}^{n-1}(k+1)v^{k+1}\, P(K(\overline{xy}) = k) \qquad (19)$$

sehingga untuk pihak tertanggung pasangan suami istri yang berturut-turut berusia 58 dan 55 tahun dengan manfaat yang meningkat sebesar 1 rupiah setiap tahun dapat ditulis sebagai:

$$(IA)^{1}_{\overline{58,55}:10]} = \sum_{k=0}^{9}(k+1)v^{k+1}\, P(K(\overline{xy}) = k) \qquad (20)$$

Nilai tunai anuitas asuransi *last survivor* berjangka 10 tahun untuk pihak tertanggung pasangan suami istri yang berturut-turut berusia 58 dan 55 tahun ditentukan menggunakan persamaan (2.33) dan dapat ditulis sebagai:

$$\ddot{a}_{\overline{58,55}:\overline{10}]} = \sum_{k=0}^{9} v^{k}.\ {}_{k}p_{\overline{58,55}} \qquad (21)$$

Premi netto tahunan P, untuk asuransi *last survivor* berjangka n-tahun, dihitung dengan menggunakan prinsip equivalensi, mempunyai persamaan sebagai berikut:

$$E(L) = 0$$

dengan

$$L = Z - PY$$

$$Z = \begin{cases} v^{K_x+1} & , K_x = 0,1,2,\dots,n-1 \\ 0 & , K_x = n, n+1, n+2, \dots \end{cases}$$

dan

$$Y = \begin{cases} \ddot{a}_{\overline{K_x+1}]} & , K_x = 0,1,2,\dots,n-1 \\ \ddot{a}_{\overline{n}]} & , K_x = n, n+1, n+2, \dots \end{cases}$$

Atau ini equivalen dengan

$$P = \frac{A^{1}_{\overline{xy}:n]}}{\ddot{a}_{\overline{xy}:n]}} \qquad (22)$$

dan nilai premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi dapat ditentukan berdasarkan persamaan (9). Untuk nilai premi asuransi *last survivor* berjangka n-tahun dengan pihak tertanggung pasangan suami istri berusia x dan y tahun, sehingga persamaan (9) menjadi

$$P = \frac{A^{1}_{\overline{xy}:n]}}{\ddot{a}_{\overline{xy}:n]} - (IA)^{1}_{\overline{xy}:n]}} \qquad (23)$$

Berdasarkan persamaan (18) dan (20) untuk menghitung nilai tunai manfaat, persamaan (21) untuk menghitung nilai tunai anuitas, dan persamaan (23) dan (22) untuk menghitung nilai premi dengan dan tanpa pengembalian, sehingga diperoleh:

a. Nilai tunai manfaat asuransi *last survivor* berjangka 10 tahun sebesar 0.008580361, nilai tunai manfaat asuransi *last survivor* berjangka 10 tahun dengan manfaat yang meningkat sebesar 1 rupiah setiap tahun sebesar 0.062894792.
b. Nilai tunai anuitas asuransi *last survivor* berjangka 10 tahun sebesar 7.6355616.
c. Nilai premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi lebih mahal yaitu sebesar 113306.99 dibandingkan dengan nilai premi tanpa pengembalian yaitu sebesar 112373.67.

Bill Frasier pada tahun 1978 mengenalkan metode pendekatan untuk menghitung probabilitas kematian pada tahun tertentu dari tertanggung terakhir, yang dihitung pada awal berlakunya polis, angka klaim *last survivor* tersebut dinyatakan sebagai berikut:

$$q_k^{JLS} = \frac{({}_kp_x\, {}_kp_y) \times (q_{x+k}q_{y+k}) + ({}_kp_x\, {}_kq_y) \times q_{x+k} + ({}_kq_x\, {}_kp_y) \times q_{y+k}}{({}_kp_x\, {}_kp_y) + ({}_kp_x\, {}_kq_y) + ({}_kq_x\, {}_kp_y)}$$

$$= \frac{{}_{k+1}q_{\overline{xy}} - {}_kq_{\overline{xy}}}{1 - {}_kq_{\overline{xy}}} \qquad (24)$$

Berdasarkan model *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel* dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut:

1. Model *Copula* Frank untuk Anuitas dan Asuransi Berjangka *Last Survivor*

   Peluang salah satu tertanggung dari suami ataupun istri akan hidup mencapai usia $x+k$ dan $y+k$ tahun dinotasikan dengan ${}_kp_{\overline{xy}}$ berdasarkan *copula* Frank dinyatakan sebagai

$${}_kp_{\overline{xy}} = 1 - \left(-\frac{1}{\theta}\ln\left(1 + \frac{(e^{-\theta_k q_x} - 1)(e^{-\theta_k q_y} - 1)}{e^{-\theta} - 1}\right)\right) \qquad (25)$$

   Anuitas awal berjangka n tahun untuk status *last survivor* dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}]}$, yang besarnya adalah

$$\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}]} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \left[1 - \left(-\frac{1}{\theta}\ln\left(1 + \frac{(e^{-\theta_k q_x} - 1)(e^{-\theta_k q_y} - 1)}{e^{-\theta} - 1}\right)\right)\right] \qquad (26)$$

Nilai tunai manfaat asuransi berjangka n tahun atau premi tunggal bersih asuransi *last survivor* per 1 rupiah selama n tahun adalah

$$A^{1}_{\overline{xy}:n]} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ {}_{k}p_{\overline{xy}}\ q_k^{JLS}$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \left[\frac{1}{\theta}\ln\left(\frac{(e^{-\theta}-1)+(e^{-\theta_k q_x}-1)(e^{-\theta_k q_y}-1)}{(e^{-\theta}-1)+(e^{-\theta_{k+1} q_x}-1)(e^{-\theta_{k+1} q_y}-1}\right)\right] \quad (27)$$

Nilai tunai manfaat asuransi berjangka n tahun untuk status *last survivor* dengan manfaat per 1 rupiah yang meningkat setiap tahun adalah

$$(IA)^{1}_{\overline{xy}:n]} = \sum_{k=0}^{n-1} (K+1)\ v^{k+1}\ {}_{k}p_{\overline{xy}}\ q_k^{JLS}$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} (K+1) v^{k+1} \left[\frac{1}{\theta}\ln\left(\frac{(e^{-\theta}-1)+(e^{-\theta_k q_x}-1)(e^{-\theta_k q_y}-1)}{(e^{-\theta}-1)+(e^{-\theta_{k+1} q_x}-1)(e^{-\theta_{k+1} q_y}-1}\right)\right] \quad (28)$$

2. Model *Copula* Clayton untuk Anuitas dan Asuransi Berjangka *Last Survivor*

Peluang salah satu tertanggung dari suami ataupun istri akan hidup mencapai usia $x+k$ dan $y+k$ tahun dinotasikan dengan ${}_{k}p_{\overline{xy}}$ berdasarkan *copula* Clayton dinyatakan sebagai

$${}_{k}p_{\overline{xy}} = 1 - ({}_{k}q_x^{-\theta} + {}_{k}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}} \quad (29)$$

Anuitas awal berjangka n tahun untuk status *last survivor* dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|}$, yang besarnya adalah

$$\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \left[1 - ({}_{k}q_x^{-\theta} + {}_{k}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}\right] \quad (30)$$

Nilai tunai manfaat asuransi berjangka n tahun atau premi tunggal bersih asuransi *last survivor* per 1 rupiah selama n tahun adalah

$$A^{1}_{\overline{xy}:n]} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ {}_{k}p_{\overline{xy}}\ q_k^{JLS}$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \left[({}_{k+1}q_x^{-\theta} + {}_{k+1}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}} - ({}_{k}q_x^{-\theta} + {}_{k}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}\right] \quad (31)$$

Nilai tunai manfaat asuransi berjangka n tahun untuk status *last survivor* dengan manfaat per 1 rupiah yang meningkat setiap tahun adalah

$$(IA)^{1}_{\overline{xy}:n]} = \sum_{k=0}^{n-1} (K+1)\ v^{k+1}\ {}_{k}p_{\overline{xy}}\ q_k^{JLS}$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} (K+1) v^{k+1} \left[({}_{k+1}q_x^{-\theta} + {}_{k+1}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}} - ({}_{k}q_x^{-\theta} + {}_{k}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}\right] \quad (32)$$

3. Model *Copula* Gumbel untuk Anuitas dan Asuransi Berjangka *Last Survivor*

Peluang salah satu tertanggung dari suami ataupun istri akan hidup mencapai usia $x+k$ dan $y+k$ tahun dinotasikan dengan ${}_{k}p_{\overline{xy}}$ berdasarkan *copula* Gumbel dinyatakan sebagai

$${}_{k}p_{\overline{xy}} = 1 - \left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right) \quad (33)$$

Anuitas awal berjangka n tahun untuk status *last survivor* dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|}$, yang besarnya adalah

$$\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \left[1 - \left(\exp\left\{\begin{matrix}-[(-\ln({}_{k}q_x))^{\theta} \\ +(-\ln({}_{k}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\end{matrix}\right\}\right)\right] \quad (34)$$

Nilai tunai manfaat asuransi berjangka n tahun atau premi tunggal bersih asuransi *last survivor* per 1 rupiah selama n tahun adalah

$$A^{1}_{\overline{xy}:n]} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ {}_{k}p_{\overline{xy}}\ q_k^{JLS}$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \left[\begin{matrix}\left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k+1}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k+1}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right) \\ -\left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right)\end{matrix}\right] \quad (35)$$

Nilai tunai manfaat asuransi berjangka n tahun untuk status *last survivor* dengan manfaat per 1 rupiah yang meningkat setiap tahun adalah

$$(IA)^{1}_{\overline{xy}:n]} = \sum_{k=0}^{n-1} (K+1)\ v^{k+1}\ {}_{k}p_{\overline{xy}}\ q_k^{JLS}$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} (K+1) v^{k+1} \left[\begin{matrix}\left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k+1}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k+1}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right) \\ -\left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right)\end{matrix}\right] \quad (36)$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan simulasi perhitungan premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi dengan asumsi kematiannya adalah dependen. Karena ketidak tersediaan data di lapangan, andaikan pasangan suami istri yang berturut-turut berusia 58 dan 55 mengikuti asuransi *last survivor* berjangka 10 tahun, dengan uang pertanggungan sebesar Rp.100.000.000,- dan suku bunga yang digunakan sebesar 6,5% pertahun. Parameter dependensi mortalitas pasangan suami istri dihitung menggunakan *copula Frank* dengan mengambil nilai parameter θ = -3,367, -3, -2,5, -2, -1,5, -1, 1, 1,5, dan 2, menggunakan *copula Clayton* dan *copula Gumbel* dengan mengambil

E-Jurnal Matematika Vol. 6 (3), Agustus 2017, pp. 205-213 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2017.v06.i03.p167

nilai parameter θ = 1, 1,5, dan 2.

Nilai tunai manfaat asuransi *last survivor* berjangka n-tahun menggunakan model *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel* dapat ditentukan menggunakan persamaan (27), (31), (35) dan persamaan (28), (32), (36) untuk nilai tunai manfaat asuransi *last survivor* berjangka n-tahun dengan manfaat per 1 rupiah yang meningkat setiap tahun. Menggunakan bantuan *software* Microsoft Excel diperoleh nilai-nilai tunai manfaat yang secara ringkas dapat dilihat pada Tabel 1, Tabel 2, dan Tabel 3.

Tabel 1. Nilai Tunai Manfaat Asuransi *Last Survivor* Berjangka 10 Tahun dengan Model *Copula Frank*

Parameter (θ)	$A^{1}_{\overline{xy}:10\rceil}$	$(IA)^{1}_{\overline{xy}:10\rceil}$
-3.367	0,001552976	0,011904535
-3	0,001936198	0,014770981
-2.5	0,002584904	0,01958961
-2	0,003400699	0,02560022
-1.5	0,004402517	0,032919808
-1	0,005601545	0,041605375
1	0,012193836	0,088263558
1.5	0,014150626	0,101817363
2	0,016152443	0,115556498

Tabel 2. Nilai Tunai Manfaat Asuransi *Last Survivor* Berjangka 10 Tahun dengan Model *Copula Clayton*

Parameter (θ)	$A^{1}_{\overline{xy}:10\rceil}$	$(IA)^{1}_{\overline{xy}:10\rceil}$
1	0,040656955	0,227546581
1.5	0,047933072	0,265026044
2	0,052119933	0,28731902

Tabel 3. Nilai Tunai Manfaat Asuransi *Last Survivor* Berjangka 10 Tahun dengan Model *Copula Gumbel*

Parameter (θ)	$A^{1}_{\overline{xy}:10\rceil}$	$(IA)^{1}_{\overline{xy}:10\rceil}$
1	0,008580361	0,062894792
1.5	0,021076098	0,142003799
2	0,030638319	0,196737838

Nilai tunai anuitas asuransi *last survivor* berjangka n-tahun menggunakan model *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel* dapat ditentukan menggunakan persamaan (26), (30), dan (34). Menggunakan bantuan *software Microsoft Excel* diperoleh nilai-nilai tunai manfaat yang secara ringkas dapat dilihat pada Tabel 4, Tabel 5, dan Tabel 6.

Tabel 4. Nilai Tunai Anuitas Asuransi *Last Survivor* Berjangka 10 Tahun dengan Model *Copula Frank*

Parameter (θ)	$\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{10}\rceil}$
-3.367	7,652826987
-3	7,651957708
-2.5	7,650457828
-2	7,648530116
-1.5	7,646110968
-1	7,643152692
1	7,625972821
1.5	7,620627594
2	7,615054791

Tabel 5. Nilai Tunai Anuitas Asuransi *Last Survivor* Berjangka 10 Tahun dengan Model *Copula Clayton*

Parameter (θ)	$\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{10}\rceil}$
1	7,503100242
1.5	7,473159036
2	7,456493854

Tabel 6. Nilai Tunai Anuitas Asuransi *Last Survivor* Berjangka 10 Tahun dengan Model *Copula Gumbel*

Parameter (θ)	$\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{10}\rceil}$
1	7,635561634
1.5	7,595525412
2	7,560338283

Misalkan Premi tunggal bersih asuransi $last\,survivor$ berjangka n-tahun dengan manfaat per 1 rupiah. Untuk pihak tertanggung pasangan suami istri, bagi suami yang berusia x tahun dan istri yang berusia y tahun dinotasikan dengan $P^{1}_{\overline{xy}:n\rceil}$. Berdasarkan persamaan (21) dan (22), model *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel* untuk premi $last\,survivor$ dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut:

1. Model *Copula Frank* untuk Premi *Last Survivor*

$$P^{1}_{\overline{xy}:n\rceil} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\left[\frac{1}{\theta}\ln\left(\frac{(e^{-\theta}-1)+(e^{-\theta_k q_x}-1)(e^{-\theta_k q_y}-1)}{(e^{-\theta}-1)+(e^{-\theta_{k+1} q_x}-1)(e^{-\theta_{k+1} q_y}-1)}\right)\right]}{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k}\left[1-\left(-\frac{1}{\theta}\ln\left(1+\frac{(e^{-\theta_k q_x}-1)(e^{-\theta_k q_y}-1)}{e^{-\theta}-1}\right)\right)\right]} \quad (37)$$

dan model *copula Frank* untuk premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi yaitu:

$$P^{1}_{\overline{xy}:n\rceil} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\left[\frac{1}{\theta}\ln\left(\frac{(e^{-\theta}-1)+(e^{-\theta_{k}q_x}-1)(e^{-\theta_{k}q_y}-1)}{(e^{-\theta}-1)+(e^{-\theta_{k+1}q_x}-1)(e^{-\theta_{k+1}q_y}-1}\right)\right]}{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k}\left[1-\left(-\frac{1}{\theta}\ln\left(1+\frac{(e^{-\theta_{k}q_x}-1)(e^{-\theta_{k}q_y}-1)}{e^{-\theta}-1}\right)\right)\right]-\sum_{k=0}^{n-1}(K+1)v^{k+1}\left[\frac{1}{\theta}\ln\left(\frac{(e^{-\theta}-1)+(e^{-\theta_{k}q_x}-1)(e^{-\theta_{k}q_y}-1)}{(e^{-\theta}-1)+(e^{-\theta_{k+1}q_x}-1)(e^{-\theta_{k+1}q_y}-1}\right)\right]} \quad (38)$$

2. Model *Copula Clayton* untuk Premi *Last Survivor*

$$P^{1}_{\overline{xy}:n\rceil} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\left[({}_{k+1}q_x^{-\theta} + {}_{k+1}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}} - ({}_{k}q_x^{-\theta} + {}_{k}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}\right]}{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k}\left[1 - ({}_{k}q_x^{-\theta} + {}_{k}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}\right]} \quad (39)$$

dan model *copula Frank* untuk premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi yaitu:

$$P^{1}_{\overline{xy}:n\rceil} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\left[({}_{k+1}q_x^{-\theta} + {}_{k+1}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}} - ({}_{k}q_x^{-\theta} + {}_{k}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}\right]}{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k}\left[1 - ({}_{k}q_x^{-\theta} + {}_{k}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}\right] - \sum_{k=0}^{n-1}(K+1)v^{k+1}\left[({}_{k+1}q_x^{-\theta} + {}_{k+1}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}} - ({}_{k}q_x^{-\theta} + {}_{k}q_y^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}\right]} \quad (40)$$

3. Model *Copula Gumbel* untuk Premi *Last Survivor*

$$P^{1}_{\overline{xy}:n\rceil} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\left[\begin{array}{l}\left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k+1}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k+1}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right) \\ -\left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right)\end{array}\right]}{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k}\left[1 - \left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right)\right]} \quad (41)$$

dan model *copula Gumbel* untuk premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi yaitu:

$$P^{1}_{\overline{xy}:n\rceil} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\left[\begin{array}{l}\left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k+1}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k+1}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right) \\ -\left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right)\end{array}\right]}{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k}\left[1 - \left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right)\right] - \sum_{k=0}^{n-1}(K+1)v^{k+1}\left[\begin{array}{l}\left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k+1}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k+1}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right) \\ -\left(\exp\left\{-[(-\ln({}_{k}q_x))^{\theta} + (-\ln({}_{k}q_y))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right)\end{array}\right]} \quad (42)$$

Nilai premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi dari model *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel* dapat ditentukan berdasarkan persamaan (38), (40), (42) dan tanpa pengembalian premi berdasarkan persamaan (37), (39), (41) dengan nilai tunai manfaat dan nilai tunai anuitas asuransi *last survivor* berjangka 10 tahun secara berturut-turut dapat dilihat pada Tabel 1, Tabel 2, Tabel 3, dan Tabel 4, Tabel 5, Tabel 6. Maka premi tahunan netto nya dapat dilihat pada Tabel 7, Tabel 8, dan Tabel 9.

Berdasarkan Tabel 7, Tabel 8, dan Tabel 9 dapat dilihat bahwa nilai premi asuransi *last survivor* dengan pengembalian premi lebih mahal dibandingkan tanpa pengembalian premi.. Menggunakan metode *copula Frank*, nilai parameter θ = 1 menunjukkan angka mortalitas yang rendah sehingga premi yang dihasilkan lebih murah dibandingkan dengan parameter yang lain. Nilai parameter θ = 2 menunjukkan angka mortalitas yang sangat tinggi sehingga premi yang dihasilkan paling mahal dibandingkan dengan parameter yang lain.

Tabel 7. Premi Netto Tahunan Asuransi *last Survivor* Berjangka 10 Tahun dengan Model *Copula Frank*

Parameter (θ)	Tanpa Pengembalian Premi (Rp)	Dengan Pengembalian Premi (Rp)
-3.367	20.292,84	20.324,45
-3	25.303,31	25.352,25
-2.5	33.787,57	33.874,31
-2	44.462,12	44.611,44
-1.5	57.578,51	57.827,48
-1	73.288,40	73.689,53
1	159.898,76	161.771,11
1.5	185.688,45	188.202,99
2	212.111,97	215.380,31

Tabel 8. Premi Netto Tahunan Asuransi *last Survivor* Berjangka 10 Tahun dengan Model *Copula Clayton*

Parameter (θ)	Tanpa Pengembalian Premi (Rp)	Dengan Pengembalian Premi (Rp)
1	541.868,74	558.815,96
1.5	641.403,08	664.985,96
2	698.987,14	727.000,45

Tabel 9. Premi Netto Tahunan Asuransi *last Survivor* Berjangka 10 Tahun dengan Model *Copula Gumbel*

Parameter (θ)	Tanpa Pengembalian Premi (Rp)	Dengan Pengembalian Premi (Rp)
1	112.373,67	113.306,99
1.5	277.480,44	282.766,97
2	405.250,64	416.077,97

Menggunakan metode *copula Clayton*, nilai parameter θ = 1 menunjukkan angka mortalitas yang rendah sehingga premi yang dihasilkan lebih murah dibandingkan dengan parameter yang lain. Nilai parameter θ = 2 menunjukkan angka mortalitas yang sangat tinggi sehingga premi yang dihasilkan paling mahal dibandingkan dengan parameter yang lain.

Menggunakan metode *copula Gumbel*, nilai parameter θ = 1 menunjukkan angka mortalitas yang rendah dan indepedensi mortalitas

E-Jurnal Matematika Vol. 6 (3), Agustus 2017, pp. 205-213 ISSN: 2303-1751
DOI: https://doi.org/10.24843/MTK.2017.v06.i03.p167

pasangan suami istri sehingga premi yang dihasilkan lebih murah dibandingkan dengan parameter yang lain. Nilai parameter θ = 2 menunjukkan angka mortalitas yang sangat tinggi sehingga premi yang dihasilkan paling mahal dibandingkan dengan parameter yang lain.

4. SIMPULAN DAN SARAN

A. Simpulan Penelitian

Pada perhitungan premi asuransi *last survivor* berjangka dengan pengembalian premi menggunakan metode *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel*, memberikan hasil bahwa nilai premi menggunakan metode *copula Clayton* lebih mahal dibandingkan dengan nilai premi menggunakan metode *copula Frank* dan *copula Gumbel*. Namun, menggunakan ketiga metode tersebut memberikan hasil bahwa semakin besar nilai parameter maka semakin besar nilai premi yang dihasilkan. Hal ini dikarenakan nilai parameter akan memengaruhi nilai *copula* yang kemudian akan memengaruhi peluang kehidupan bersama. Semakin kecil penyimpangannya dari asumsi saling bebas, maka harga preminya akan mendekati harga premi dari pasangan suami istri dengan sisa usia yang independen.

B. Saran

Pada penelitian ini, nilai premi menggunakan metode *copula Clayton* lebih mahal dibandingkan dengan nilai premi menggunakan metode *copula Frank* dan *copula Gumbel*, disarankan untuk penelitian selanjutnya dapat mencari pengaruh terhadap besarnya nilai premi di *copula Clayton*. Selain itu penelitian selanjutnya juga dapat menggunakan keluarga *copula* Archemedean yang lainnya seperti *copula Joe* serta asuransi jiwa modern seperti unit-link, unitized with profit atau universal.

DAFTAR PUSTAKA

Bowers, N. L. J., Gerber, Hans U., Hickman, James C.,Jones, Donald A.,Nesbitt, Cecil J., 1997. Actuarial Mathematics. 2nd ed. Schaumburg Illinois: The Society Of Actuaries.

Catarya, I., 1988. Materi Pokok Asuransi II. Jakarta: Karunika Jakarta Universitas Terbuka.

Denuit, M. & Cornet, A., 1999. Multilife Premium Calculation with Dependent Future Lifetimes. Journal of Actuarial Practice, Volume 7, pp. 147-171.

Dickson, D. C., Hardy, M. R. & Waters, H. R., 2009. Actuarial Mathematics for Life Contingent Risk. New York: Cambridge University Press.

Frees, E. W., Carriere, J. & Valdez, E., 1995. Annuity Valuation With Dependent Mortality. Actuarial Research Clearing House, Volume 2, pp. 31-80.

Fauziah, I., 2013. Evaluasi Premi Polis Last Survivor Pasangan Suami Istri Menggunakan Metode Copula Frank. Jurnal CAUCHY, Volume 3, pp. 42-48.

Futami, T., 1993. Matematika Asuransi Jiwa, Bagian I. Tokyo: Oriental Life Insurance Cultural Development Center.

Jagger, C. & Sutton, C. J., 1991. Death After Marital Bereavement - Is The Risk Increased? Statistics in Medicine, Volume 10, pp. 395-404.

Nelsen, R. B., 2006. An Introduction to Copulas. 2 ed. United States of America: Springer.

Sembiring, RK., 1986. Buku Materi Pokok Asuransi I. Jakarta: Universitas Terbuka.